| [A:8r]

<De centro solidi parabolae demonstratio acutissima[1] >

1 Centrum solidi conoidis parabolici trientem axis ad basim abscindit.

Hoc demonstraturi hasce conclusiones[2] tanquam lemmata praemittimus.

1.ª

2 Centrum uniformis[3] figurae in puncto axis medio constituitur. Sive enim figura talis plana sit, ut parallelogrammum, sive solida, ut columna, sive cylindrus, hoc demonstratum in libello aequalium momentorum.

2.ª

3 Centrum trianguli rectilinei trientem axis ad basim relinquit. Appello hic axim eam rectam, quae a vertice trianguli deducta basim per aequalia secat. Hoc et in libello praedicto demonstratum est.

3.ª

4 Centrum totius interiacet centris partium in eadem recta constitutum.

4.ª

5 Centrorum partialium distantiae a centro totius reciprocae sunt partibus. Nec minus hae duae conclusiones ibidem demonstratae sunt in elementis.

5.ª

6 Centrum nunquam cadit extra rei gravis ambitum. Hoc enim tanquam concessibile, immo necessarium suppositum, haud quisque sanae mentis negaverit[1].

7 Quibus quidem quinque propositionibus praemissis, demonstrabo id, quod in principio proposui, aliquibus praeambulis.

6.ª

8 Si rectilineum trigonum, axe per aequalia segmenta divisa, parallelogramma per singula divisionum puncta, et scalarem figuram[4] facientia circumscribat: partiales autem parallelogrammorum axes in sextantes singuli secentur; tunc centrum parallelogrammorum erit sextante inferius centro trigoni, et centrum relictarum portionum sextante totalis axis superius centro parallelogrammorum, sive scalaris figurae.

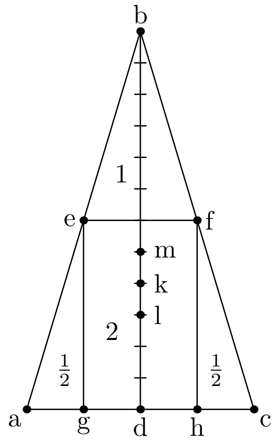
9 Haec propositio tota sequitur ex praemissis consyderato centro totalis trigoni, centrisque partium, hoc est scalaris figurae atque relictarum portionum, quorum intervalla oportet esse | reciproca partibus. [A:8v]

[1] De centro solidi parabolae demonstratio acutissima *collato indice ipsius codicis A supplevimus*

[2] *post* conclusiones *del.* prae *A*

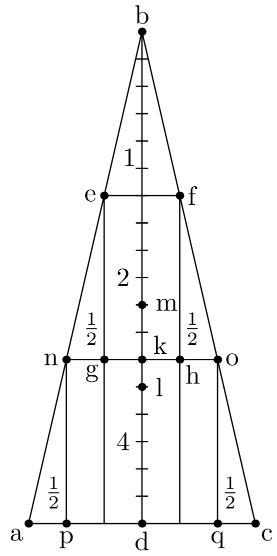
[3] *post* uniformis *del.* so *A*

[4] figuram *in marg. A*



1

10 Dividatur enim in trigono *abc* axis *bd* primum bifariam: et latera *ab bc* singula bifariam et describatur parallelogrammum *efgh* sectoque axi *bd* in 12 partes aequales; erit centrum trigoni punctum *k* relinquens *kd* trientem totalis axis, per 2.$^{\mathrm{am}}$ praemissarum. Centrum autem parallelogrammi *fg* punctum *l* medium axis partialis per primam. Centrum denique relictarum portionum, hoc est triangulorum *ebf*, *aeg*, *efh* (per 2.$^{\mathrm{am}}$, 3.$^{\mathrm{am}}$ et 4.$^{\mathrm{am}}$) fiet in puncto *m*, ita ut tam *kl* quam *km* sit sextans axis partialis, quandoquidem[5] parallelogrammum aequetur triangulis atque *lm* sextans totalis.



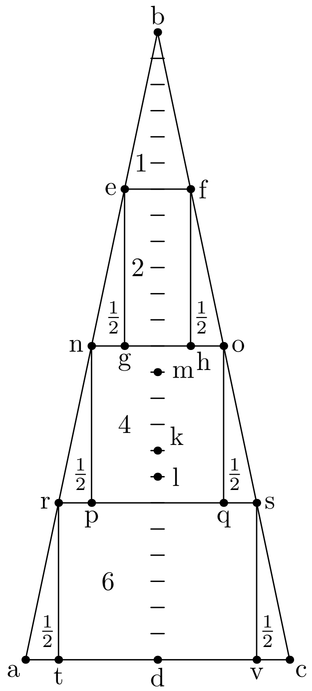
2

11 Sic constat ratio distantiae in centris et gravitatum, ut paucis agam tecum, cui haec omnia sunt trita et notissima.

12 Rursum dividatur axis *bd* et latera *ab bc* singula in tria segmenta et inscribantur parallelogramma *fg* quidem quod prius et *nopq*, divisis quoque axibus in sextantes, erit centrum trianguli *abc* punctum *k* relinquens *kd* trientem axis

[5] quandoquidem $\sim$ triangulis *in marg. A*

bd ut prius; centrum autem parallelogrammorum fg, nq punctum l per sextantem inferius puncto k per primam et 4.^{am}[6] praemissarum. **13** Centrum denique relictarum portionum (quae sunt triangula ebf neg ofh anp coq) punctum m, ita ut mk sit dupla ipsius kl per doctrinam 2.^{ae}, 3.^{ae} et 4.^{ae} | praemissarum, [A:9r]
quandoquidem parallelogramma dupla[7] sunt relictarum portionum. Atque ita sicut kl sextans est axis partialis, ita lm sextans totalis, ut prius, atque sicut propositio concludit.

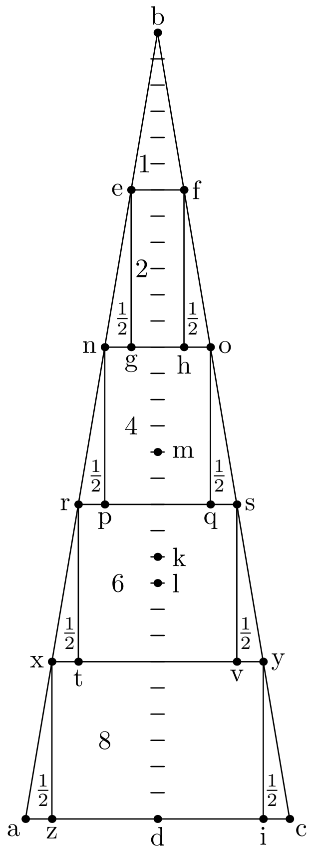


3

14 Item dividatur axis *bd* et latera *ab bc* singula quadrifariam et inscribantur parallelogramma fg nq quae prius et $rstv$[8], divisis axibus singulis in sextantes. Eritque trigoni *abc* centrum in puncto k relinquens kd trientem axis totalis. Centrum autem dictorum parallelogrammorum fg nq st, hoc est scalaris figurae, punctum l per sextantem axis partialis infra punctum k. **15** Centrum demum relictarum portionum (quae sunt triangula ebf neg ofh rnp soq art csv) punctum m. Ita ut mk sit tripla ipsius kl per 2.^{am}, 3.^{am} et 4.^{am} praemissarum, quandoquidem scalaris figura ex tribus praedictis parallelogrammis constans triplum facit relictarum portionum. **16** Atque ita sicut kl sextans est axis partialis, ita lm sextans axis totalis, ut prius et sicut demonstrandum proponitur.

17 Adhuc dividatur axis *bd* et latera *ab bc* singula in quinque segmenta aequalia et inscribantur parallelogramma fg nq st quae prius; et $xyzi$ divisis axibus in sextantes. Factoque calculo gravitatum et distantiarum, statuetur centrum trianguli *abc* punctum k ut kd sit triens axis totalis. **18** Centrum autem scalaris figurae compositae ex dictis parallelogrammis, punctum l, per sextantem axis partialis inferius puncto k.

[6] et 4.^{am} *signo posito in marg. A*
[7] dupla *correximus* duplum *A*
[8] $rstv$ *ex* $rstq$ *A*



4

19 Centrum vero | relictarum portionum (quae sunt triangula *ebf neg ofh rnp soq xrt ysv axz cyi*) punctum *m*. **20** Ita ut *mk* sit quadrupla ipsius *kl* per $2.^{am}$, $3.^{am}$ et $4.^{am}$ praemissarum, quoniam scilicet scalaris figura ex quatuor dictis parallelogrammis constans, quadrupla est relictarum portionum. **21** Atque ita et hic demum, sicut *kl* sextans est axis partialis, ita *lm* sextans axis totalis, ut prius et ut demonstrandum fuerat. [A:9v]

22 Quod si axis *bd* et latera *ab bc* singula secentur in sex[9] segmenta, id idem sequeretur. Et deinceps, si in septem[10], aut 8[11], vel plura segmenta divisionem patiantur. **23** Verum sicut in prima descriptione *kl* spacium fuerat pars duodecima totalis axis *bd*, in secunda autem descriptione pars decima octava eiusdem, in tertia vero pars vicesima quarta et in postrema pars tricesima; ita, si axis *bd* secaretur in sex partes, *kl* esset $\frac{1}{36}$ axis *bd*; si in 7 partes, esset $\frac{1}{42}$; si in 8, esset $\frac{1}{48}$ eiusdem axis. Atque ita deinceps in infinitum.

24 Hinc sequitur hoc Corollarium[12]:

25 <$1.^{um}$> Axis rectilinei trianguli potest dividi in tot partes aequas, ut distantia centrorum trianguli ipsius, et figurae scalaris triangulo inscriptae sit minor quocumque dato spacio.

[9] sex *ex* quinque *in interl. A*
[10] *ante* septem *del.* sex *A*
[11] 8 *ex* 7 *A*
[12] sequitur hoc Corollarium*:* sequuntur haec Corollaria *intelligendum est*

26 <2.^{um}> Constat praeterea quod proportio triangulorum partialium a vertice b receptorum scilicet ebf nbo rbs xby abc procedit successive secundum proportione quadratorum numerorum ab unitate | per ordinem sumptorum scilicet 1, 4, 9, 16, 25. Et deinceps [A:10r] sequentium, si plures essent divisiones.

27 <3.^{um}> Quare trianguli primi et succendentium trapeziorum hoc est trianguli ebf, trapeziorum fn ns sx xc proportio erit et quae numerorum imparium ab unitate continuatorum hoc est 1, 3, 5, 7, 9 et deinceps.

28 <4.^{um}> Item quadrilatera fg nq st xJ erunt in proportione numerorum ab unitate per naturale unitatis crementum ordinatorum scilicet 1, 2, 3, 4, et deinceps in infinitum.

29 <5.^{um}> Demum relictae portiones, hoc est triangulum primum et deinde bina queque parallelogrammorum collateralia triangula[13] procedunt per aequalitatem.

30 Verum bina triangula primo parallelogrammo collateralia sunt eius dimidium. Bina secundi quadrans. Bina tertii sextans. Bina quarti pars octava. Itaque deinceps.

31 Quibus consyderatis procedemus ad demonstrandum propositum de parabolici solidi centro hactenus a nullo demonstratum.

7.^{a}

32 Solidum per paraboles periferiam super axe semel circumductam descriptum ad conum communis basis atque fastigii sesquialterum esse probatur.

33 Haec propositio in secundo Conoidum libello ab Archimede nostro demonstratur.

8.^{a}

34 Si parabolicum solidum per parallela plana, quibus axis rectus insistat, abscindatur: solidi segmenta ad verticem a planis recepta sunt sicut axium quadrata.

35 Haec quoque propositio in praedicto libello demonstratur, et ex praecedenti sequitur facillime, quandoquidem talia segmenta sunt conis eandem basim et eundem axem habentibus proportionalia.

9.^{a}

36 Si parabolici solidi axis in quotlibet partes aequales dividatur, et per puncta divisionum parallela plana in rectum axi ducantur; facta solidi segmenta, a planis ad verticem recepta, erunt per ordines in proportione quadratorum numerorum ab unitate seriatim dispositorum.

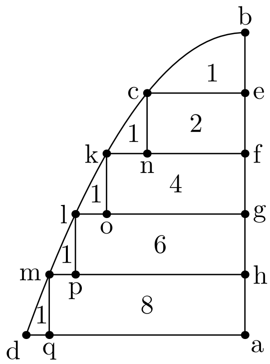
37 Haec propositio aptissime constat ex praecedenti.

| [A:10v]

10.^{a}

[13] triangula *in marg. A*

38 Iisdem suppositis, si inter dividentia plana intelligantur Cylindri, quorum axes sint ipsius axis segmenta, proportio cylindrorum erit sicut proportio numerorum ab unitate per ordinem naturalis continuatorum.



39 Esto axis paraboles *ab*, periferia *bcd*, basis *ad*; secetur *ab* in quotvis segmenta aequalia in punctis *e f g h* a quibus ad rectos ad periferiam ducuntur *ec*, *fk*, *gl*, *hm* et a punctis *cklm* ad ductas in rectum lineae *cn*, *ko*, *lp*, *mq*. **40** Sic enim circumducta semel super axe *ab* periferia *bcd* una cum rectis, periferia solidum parabolicum et rectae cylindros super axes *ef*, *fg*, *gh*, *ha* describent. **41** Ostendendum est igitur, quod cylindri *cf kg*, *lh*, *ma* et deinceps in infinitum sunt in proportione numerorum ab unitate et per unitatem crescentium. **42** Nam, sicut in Conicis ostensum est, sicut est $\square$ *kf* — $\square$ *ce* sic *fb* — *be*. Igitur et sicut *fb* — *be* sic basis cylindri *kg* — basim cylindri *cf*; et ideo sicut cylindrus *kg* — cylindrum *cf* quandoquidem eiusdem celsitudinis[14]. Dupla autem est *fb* ipsius *be*. Ergo et cylindrus *kg* duplus cylindri *cf*, hoc est sicut 2 — 1. **43** Similiter omnino demonstrabitur cylindrus *lh* triplus esse cylindri *cf*, quia sicut *gb* — *be*. Et cylindrus *ma* quadruplus cylindri *cf* quoniam scilicet sicut *hb* — *be*. Et similiter sequens primi quincuplus atque ita in infinitum proportio a succedentibus per unitatem numeris continuatus demonstrabitur. Quod est propositum.

44 Ex his duabus propositionibus sequuntur totidem corollaria :

45 <1.$^{\text{um}}$> Parallelis planis per dicta divisionum aequalium puncta, praedicto modo solidum parabolicum dividentibus, solidi seg|menta [A:11r] planis intercepta sunt in proportione imparium numerorum ab unitate per ordinem dispositorum.

46 Nam cum per antepraemissam, solida a planis ad verticem recepta sint in proportione quadratorum ab unitate per ordinem continuatorum. Et differentiae quadratorum sint impares ab unitate ordinati. Iam et ipsorum solidorum differentiae (quippe quae planis intercipiunt) erunt in eadem imparium proportione dispositae[15].

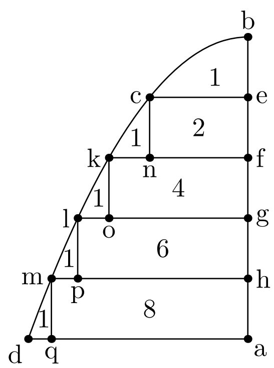
47 <2.$^{\text{um}}$> Item ex praemissa sequitur, ut relictae portiones post subtractionem cylindrorum a dictis segmentis inter plana interiectis procedant per aequalitatem.

[14] quandoquidem eiusdem celsitudinis *in marg. A*
[15] dispositae *correximus* dispositi *A*

48 Verum prima portio erit dimidium cylindri. Secunda quadrans. Tertia sextans. Quarta vero portio fiet octava pars. Sicut procedebant portiones in triangulo. **49** Nam si ponatur primum segmentum solidi parabolici 1, sequens erit 3, tertium 5, quartum 7, quintum 9, et deinceps per numeros impares, per praemissum corollarium[16] . Sed conus primi segmenti, per 7.am praemissarum, erit tunc $\frac{2}{3}$. Ergo cylindrus primus, (qui triplus est coni) fiet 2. Quare, per praecedentem, cylindrus sequens erit 4, tertius 6, quartus 8, et deinceps: qui cylindri singuli si subtrahantur a segmentis dictis inter plana clausis, hoc est 2 a 3, item 4 a 5, itemque 6 a 7, demum 8 a 9, semper relinquitur unitas. Quae primi cylindri est dimidium. Secundi quarta pars. Tertii sexta. Quarti octava et sicut corollarium infert.

50 Ex quibus manifestum est, quod diviso tam axe trianguli quam axe parabolici solidi in totidem cuiuslibet numeri aequales partes, factaque in triangulo scalari plana figura ex parallelogrammis, in solido autem scalari solida figura ex cylindris totidem constructa, tunc in triangulo | partialia trigona a [A:11v]
vertice recepta erunt partialibus solidis in solido item a vertice receptis. **51** Et in triangulo trigonum supremum, et trapezia succedentia erunt solido supremo et segmentis succedentibus proportionalia. Illa videlicet in proportione quadratorum, haec vero imparium numerorum ab unitate ordinatorum. **52** Item in triangulo relictae portiones ad collateralia parallelogramma: et in solido relictae portiones ad contiguos cylindros eandem proportionem servabunt, et invicem aequales existunt.

53 Quae omnia (quoniam collatio fit a planis ad solida) non modicam speculativis ingeniis admirationem ingerunt.



6

54 Sed eccam hic expositam parabolici solidi, ut dictum est, divisi, cum scalari figura ex cylindris divisionum structa et inscripta, descriptionem. Quare properemur ad id, quod de centro demonstrandum proposueramus. Sed praemittemus adhuc nonnulla demonstrationi necessaria praeambula.

11.a

| **55** Possibile est toties axem parabolici solidi modo[17] iam memorato [A:12r]
dispescere, ut scalaris figura ex cylindris divisionum composita, ad

[16] corollarium *signo posito in marg. A*
[17] *ante* modo *del.* sic *A*

aggregatum relictarum portionum maiorem habeat proportionem, quacumque data proportione.

56 Nam per praecedentis ultimum corollarium, dicta scalaris solida figura ad relictas portiones eandem proportionem servat, quam scalaris figura plana in triangulo ad suas relictas portiones (facta utrobique eiusdem numeri divisione). **57** Sed, per 6.[am] praemissarum, in prima descriptione, parallelogrammum aequum est portionibus relictis. In 2.[a] duo parallelogramma duplum sunt relictarum portionum. In 3.[a] scalaris figura ex parallelogrammis tripla est relictarum portionum. In 4.[a] quadrupla. In 5.[a] quincupla. **58** Et ita deinceps, centupla, millecupla, aut millies millecupla[18] et in infinitum crescens[19], et perinde[20] sic cylindrica scala[21] ad suas portiones ad maiorem quacumque data proportione redigi potest. Quod est propositum.

12.[a]

59 Secto axe parabolici solidi in partes quotvis aequales, quae sunt axes totidem cylindrorum scalarem figuram solido inscriptam componentium: axibus in sextantes divisis, punctoque assumpto, quod ex axe totius solidi trientem versus basim relinquat; tunc centrum scalaris figurae erit per sextantem axis partialis puncto assumpto inferius. Et centrum[22] relictarum portionum sextante totalis axis superius eodem puncto.

60 Nam cum in triangulo, ut in 6.[a] traditum est, diviso, parallelogramma scalarem figuram facientia, per 4.[um] eiusdem corollarium procedant secundum proportionem numerorum ab unitate secundum naturalem ordinem crescentium, et diviso parabolico solido, sicut 9.[a] et 10.[a] docent, cylindri scalarem in eo figuram componentes, per demonstrationem decimae, servent dictam numerorum proportionem. **61** Atque cum ipsi cylindri sint sicut parallelogramma, uniformes et centrum in medio axis sortiantur: iam demonstrabitur haec propositio per eadem, omnino, per quae ostensum est in 6.[a] punctum l, quod | est centrum [A:12v]
figurae scalaris, esse semper inferius puncto k, quod trientem kd abscindit de toto axe ad basim, per dicti sextantis spacium: quod hic de scala cylindrica proponitur demonstrandum. Et[23] similiter de centro relictarum portionum: quod proponitur.

62 Unde sequitur corollarium.

Possibile est axem parabolici solidi toties modo praedicto secari, ut distantia inter centrum scalae cylindricae et punctum, quod de axe trientem versus basim relinquit, sit minor quocumque dato spacio.

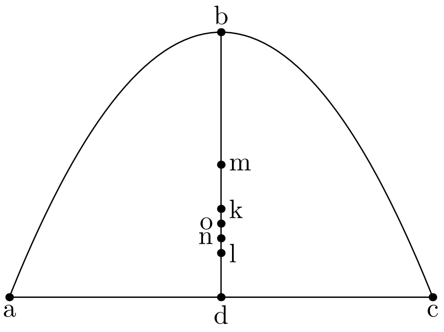
63 Non aliter hoc procedit, quam primum corollarium sextae.

13.[a]

64 Quibus iam praemissis, ita quod in principio proposuimus ostendemus.

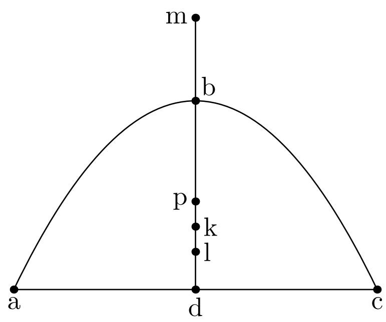
---

[18] *post* millecupla *del. aliquot litteras A*
[19] *ante* crescens *del. aliquot litteras A*
[20] et perinde ∼ portiones *signo posito in marg. A*
[21] *ante* scala *del. aliquot litteras A*
[22] Et centrum ∼ puncto *signo posito in marg. A*
[23] Et ∼ quod proponitur *signo posito in marg. A*



7

65 Esto parabolicum solidum, quod a parabola *abc* circum axim *bd* circumductam describitur, cuius basis *adc*. Sitque in axe punctum *k* de axe ipso *kd* trientem versus basim relinquens. **66** Ostendendum est, quod *k* punctum est huiusmodi solidi centrum. Sic. Si centrum solidi talis non sit *k* punctum; erit centrum in alio puncto, aut infra, aut supra punctum *k*. **67** Sit primum infra in puncto *n*. **68** Et tunc[24] possibile erit , per praecedentis corollarium, axem solidi toties secari, ut centrum scalae cylindricae per minus spacium accedat puncto *k*, quam punctum *n*, hoc est ut minor sit distantia dicti centri[25] a puncto *k* quam spacium *nk*. **69** Sit ergo centrum[26] scalae in *o* puncto inter *k n* puncta. Et[27] centrum relictarum portionum in puncto *m*. Eritque centrum totius solidi *n* extra centra partium, hoc est non interiacebit ipsis punctis *o m*, quae sunt centra scalae et portionum, quae sunt partes solidum integrantes. **70** Quod est absurdum, per tertiam | praemissarum propositionum. Non igitur cadet centrum [A:13r]
solidi infra punctum *k*. //



8

71 Cadat, si possibile est, supra punctum *k* utpote in punctum *p*. **72** Atque punctum *l* ponatur centrum scalae cylindricae. Deinde dividatur axis toties, ut dictum est, constructis cylindris; ut cylindrica figura ad relictas portiones maiorem habeat proportionem, quam linea *bp* — linea *pl* utpote eam proportionem, quam habet linea *mp* — lineam *pl*. Hoc[28] enim possibile est per 11.am. **73** Cumque *p* sit centrum totius solidi: *l* vero centrum unius partium, scilicet

[24] *ante* tunc *del.* per *A*
[25] *ante* centri *del.* punct *A*
[26] *ante* centrum *del. litteram p A*
[27] Et ∼ in puncto *m* *signo posito in marg. A*
[28] Hoc ∼ per 11.am *signo posito in marg. A*

scalae cylindricae: iam per $4.^{\text{am}}$ praemissarum m erit centrum reliquae partis, scilicet relictarum portionum. **74** Quod per quintam praemissarum est impossibile. Quandoquidem centrum extra rei gravis ambitum cadere absurdum est. **75** Non igitur cadet solidi centrum[29] supra punctum k. Sed neque infra illud cadere posse ostensum est. Omnino igitur ipsum k punctum erit solidi centrum. **76** Quod demonstrandum proponebatur.

* Corollaria

77 <$1.^{\text{um}}$> Et quoniam per $12.^{\text{am}}$ centrum scalae est per sextantem unius axium particularium inferius puncto k quod centrum esse totius nunc ostensum est. Sequitur ut centrum relictarum portionum per sextantem totalis axis sit superius centro scalae: sicut in triangulo fiebat. Propter proportionalitatem partium et totius in triangulo et solido sumptarum.

78 <$2.^{\text{um}}$> Sequitur etiam, tam in triangulo, quam in solido parabolico, ut sextans totalis axis ad sextantem unius axium partialium in ea sit proportione, in qua totale triangulum ad relictas portiones sive totale solidum ad relictas portiones. Quod per quartam propositionem et coniunctam proportionalitatem constat.

79 Et haec hactenus.

♄ $5.^{\text{o}}$[30] maii 1565

[29] *ante* solidi centrum *del.* punctum *A*

[30] *post* $5.^{\text{o}}$ *del.* apr. *A*