

ISTITUZIONI DI GEOMETRIA 2016/17

COMPITO 5 SETTEMBRE 2017

Esercizio 1 (8 punti). Considera il gruppo $\Gamma < \text{Isom}(\mathbb{R}^3)$ generato da:

$$f(x, y, z) = (x, y + 1, z), \quad g(x, y, z) = (x, y, z + 1), \\ h(x, y, z) = (x + 1, -y, -z).$$

Mostra che l'azione è libera e propriamente discontinua e che la varietà \mathbb{R}^3/Γ è compatta ed orientabile ma non omeomorfa al 3-toro. Mostra che questa varietà ha un rivestimento doppio omeomorfo al 3-toro.

Esercizio 2 (8 punti). Siano r_1, r_2, r_3 tre rette nel piano proiettivo complesso $\mathbb{C}\mathbb{P}^2$ con intersezione vuota $r_1 \cap r_2 \cap r_3 = \emptyset$.

- (1) Calcola i gruppi di coomologia di De Rham della varietà liscia $X = \mathbb{C}\mathbb{P}^2 \setminus (r_1 \cup r_2 \cup r_3)$.
- (2) Dimostra che esiste una mappa $f: X \rightarrow X$ tale che $f^*: H^*(X) \rightarrow H^*(X)$ non sia né l'identità né banale.