Geometria Analitica e Algebra Lineare – A.A. 2007/2008
Compito scritto di Geometria Analitica e Algebra Lineare
16 gennaio 2009

Esercizio 1 (10 punti)
Si considerino, nello spazio affine $\mathbb{A}^4_{\mathbb{R}} = \{(x, y, z, t) \mid x, y, z, t \in \mathbb{R}\}$, il piano

$$\pi = \begin{cases} z + t = 1 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

e la retta

$$r = \begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x + 2t = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Si determinino equazioni cartesiane di una retta s che interseca sia π che r, e tale che il vettore $v = (1, -1, 0, 1)$ genera la giacitura di s.

Esercizio 2 (10 punti)
Si consideri, al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{C}$, la matrice a coefficienti complessi

$$A_\lambda = \begin{pmatrix} \lambda + 1 & 1 & 1 \\ -1 & \lambda - 1 & -3 \\ 0 & 0 & \lambda + 1 \end{pmatrix}.$$

Si determini:

(1) la forma canonica di Jordan di A_λ per ogni $\lambda \in \mathbb{C}$;
(2) la forma canonica di Jordan di $(A_\lambda)^n$ per ogni $\lambda \in \mathbb{C}$ e per ogni intero $n \geq 2$.

Esercizio 3 (10 punti)
Si consideri $\mathbb{R}^3$ come spazio vettoriale su $\mathbb{R}$, dotato del prodotto scalare standard. Sia $\{e_1, e_2, e_3\} \subset \mathbb{R}^3$ la base canonica e siano

$$l = \{e_1 + te_2 \mid t \in \mathbb{R}\}, \quad m = \{(0, -\sqrt{2}, -\sqrt{2}) + s(1, 2, 1) \mid s \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^3.$$

Costruire una trasformazione ortogonale $f \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $f(l) = m$ e determinare la matrice associata ad f tramite la base canonica.