**ANNO ACCADEMICO 2001/2002**

**CORSO DI LAUREA IN FISICA**

**GEOMETRIA II (facoltativo)**

**SECONDO COMPITINO 31/5/2002**

**Esercizio 1**

Sia $\mathcal{A} = \mathbb{R}^n$ con la struttura affine canonica, e $f : \mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A}$, $f(x) = Mx + b$, $M \in GL(\mathbb{R}, n)$, $b \in \mathbb{R}^n$, una affinità. Fissato $p \in \mathcal{A}$ definiamo $L_p : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$ tramite la formula

$$L_p(v) = f^2(p+v) - f(p+v).$$

1) Dimostrare che $L_p$ è lineare $\iff$ $p$ è un punto fisso per $f$.

2) Dimostrare che se $p$ e $q$ sono punti fissi di $f$ $\Rightarrow$ $L_p = L_q$.

3) Per $n = 2$, costruire una affinità $f$ tale che $M$ sia non diagonalizzabile e $L_{(1,1)} = -\frac{1}{4} id$.

**Esercizio 2**

Calcolare la forma canonica di Jordan complessa di una matrice definita a blocchi

$$B = \begin{pmatrix} M & M \\ 0 & M \end{pmatrix}$$

dove $M \in M_{2,2}(\mathbb{C})$ è una matrice $2 \times 2$ non diagonalizzabile e dedurne il polinomio minimo.

**Esercizio 3**

1) Costruire il fascio delle coniche passanti per i punti $(0,0), (0,2), (2,0), (b,2)$, con $b > 0$. Esiste un $b$ per cui tutte le coniche del fascio hanno centro in $(1,1)$ ?

2) Per $b = 4$, determinare il luogo dei centri delle coniche del fascio e dire se esiste una conica a centro del fascio invariante per l'affinità costruita al punto 3 dell'esercizio 1.