CORSO di LAUREA in FISICA

GEOMETRIA II

Compitino del 27/5/2004

Esercizio 1.

Sia $\mathbb{C}_k[x]$ lo spazio dei polinomi a coefficienti complessi di grado minore o uguale a k e sia $\pi_k : \mathbb{C}[x] \to \mathbb{C}_k[x]$ la proiezione lineare definita da $\pi_k|_{\mathbb{C}_k[x]} = id$, $\pi(x^h) = 0$ se $h > k$.

Sia $f_k : \mathbb{C}_k[x] \to \mathbb{C}_k[x]$ l'applicazione lineare definita da $f_k(p(x)) = \pi_k(x^3 p(x))$.

1) Dimostrare che f_k è nilpotente $\forall k$.

2) Al variare di k, discutere la forma canonica di Jordan di f_k.

3) Calcolare il polinomio minimo di f_k.

Esrecizio 2.

Considerare in $\mathbb{R}^2$ l'insieme S formato dai punti dei tre segmenti di vertici $(0,-1)$ e $(0,k)$, $(0,0)$ e $(1,0)$, $(1,-1)$ e $(1,0)$ con $k > 0$. Sia poi S' l'insieme formato dai punti dei tre segmenti di vertici $(-1,-1)$ e $(2,2)$, $(1,1)$ e $(b,b+2)$, $(a,a+2)$ e $(b,b+2)$ con $b > a$.

Dare condizioni necessarie e sufficienti su k, a e b affinché esista una affinità di $\mathbb{R}^2$ che mandi S in S'.

Esercizio 3.

Sia C la conica in $\mathbb{R}^2$ definita dall'equazione $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3x - 2y + 4 = 0$.

1) Dire se C è a centro e determinare i centri di simmetria di C.

2) Determinare il tipo affine di C.

3) Dire se C è isometricamente equivalente ad una delle seguenti coniche:

$3x^2 + 2xy + 9x + 12 = 0$, $4x^2 + 2y^2 - 4xy - 3x + 2y - 4 = 0$.

Dufrata: 2 ore.

Scrivere subito sul foglio: nome e numero di marticola.