

**COMPITINO DI ANALISI MATEMATICA DEL 3
NOVEMBRE 2003**

DOCENTE: MICHELE GRASSI

Per la sufficienza basta svolgere correttamente i primi due esercizi e il primo punto del terzo esercizio.

- (1) Fissato il numero reale $a \in \mathbb{R}$, con $a > 0$, si dimostri per induzione che la seguente disequazione é vera per tutti gli $n \in \mathbb{N}$:

$$(1 + a)^n \geq 1 + na$$

- (2) Dati i polinomi $p(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 2$, $q(x) = x^4 + 2x^2 - 5$, si calcoli il polinomio $p(x)q(x)$.
- (3) Siano $f(x) = x^2$ e $g(x) = \cos(x)$, e sia $h(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la composizione $f \circ g$.
- a) Si calcoli $h(0)$.
- b) Si trovino tutti gli $x \in \mathbb{R}$ tali che $h(x) = 1$
- (4) Si consideri la funzione

$$f(x) = [x^2 + x + 1]$$

sull'intervallo $[1, 2] \subset \mathbb{R}$.

- a) Si identifichino i cinque punti di $[1, 2]$ in cui g assume valori interi.

b) Si dimostri che $f(x)$ é a scala sull'intervallo $[1, 2]$.

c) Si calcoli l'integrale di $f(x)$ sull'intervallo $[1, 2]$.

Fatti utili nello svolgimento dei primi due punti dell'esercizio (e che si possono utilizzare):

- Dato un numero reale $y \in \mathbb{R}$, con $[y]$ si indica il piú grande intero che non é piú grande di y .

- La funzione $g(x) = x^2 + x + 1$ é monotóna crescente su $[1, 2]$, ovvero dati $u, v \in [1, 2]$ con $u < v$, $g(u) < g(v)$.