

PROVA INTERMEDIA DI ANALISI MATEMATICA
16 NOVEMBRE 2004
INFORMATICA APPLICATA - LA SPEZIA

DOCENTE: MICHELE GRASSI

- (1) (10 punti su 30) Si dimostri per induzione su n che
- (a) $\forall n \in \mathbb{N} \quad 3^{n+1} > 2^{n+2}$.
 - (b) $\forall n \in \mathbb{N} \quad 3 \sum_{k=0}^n 2^{2k} = 6 \sum_{k=0}^{n-1} 2^{2k} + 1 + 2^{2n+1}$
- (2) (7 punti su 30)
- (a) Si calcoli la lunghezza dell'insieme

$$A = (-2, 1] \cup [0, 3] \cup (5, 9)$$

mostrando e giustificando tutti i passaggi del calcolo.

- (b) Si dimostri che la lunghezza dell'insieme

$$B = \bigcup \left\{ \left[\frac{1}{2n}, \frac{1}{2n-1} \right] \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$

è minore o uguale a 1 e maggiore o uguale a $\frac{37}{60}$

- (3) (6 punti su 30) Sia f la funzione semplice

$$f = 2\chi_{[-2,1]} + 3\chi_{[0,1] \cap \mathbb{Q}} - \chi_{[-3,3]}$$

Se ne calcoli l'integrale $\int f(x)dx$.

- (4) (7 punti su 30)
- (a) Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 (x^3 + 2x^2)dx$$

- (b) Si calcoli l'integrale

$$\int_{-1}^2 (2\cos(x) + x^2 + 3\chi_{[0,3]})dx$$