Calcolo Numerico **Esercitazione 3**

1. Si consideri il sistema lineare
$$Ax = b$$
dove A è una $n \times n$ matrice i cui elementi sono a_{ij}, $i, j = 1, 2, \cdots, n$ e b è un n vettore i cui elementi sono b_i, $i = 1, 2, \cdots, n$.

   Per la risoluzione di questo sistema scrivere tre m-function relative ai seguenti casi:

   (a) A è una matrice triangolare inferiore; le formule di risoluzione sono
$$\begin{cases} x_1 &= \dfrac{b_1}{a_{11}} \\ x_i &= \dfrac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \displaystyle\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j \right), \quad i = 2, 3, \cdots, n-1, n. \end{cases}$$

   (b) A è una matrice triangolare superiore; le formule di risoluzione sono
$$\begin{cases} x_n &= \dfrac{b_n}{a_{nn}} \\ x_i &= \dfrac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \displaystyle\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j \right), \quad i = n-1, n-2, \cdots, 2, 1. \end{cases}$$

   (c) A è una matrice che ammette la decomposizione
$$A = L \cdot R$$
   dove L è una matrice triangolare inferiore i cui elementi sono
$$l_{ij} = \begin{cases} 0 & j > i \\ 1 & j = i \\ a_{ij} & j < i \end{cases}$$
   e R è una matrice triangolare superiore i cui elementi sono
$$r_{ij} = \begin{cases} a_{ij} & j \geq i \\ 0 & j < i \end{cases}$$
   La soluzione si può calcolare risolvendo i due sistemi triangolari
$$\begin{cases} Ly &= b \\ Rx &= y \end{cases}$$