Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 18/09/2013

COGNOME .... NOME ....

MATRICOLA...

Risposte

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 18/09/2013

1) Si consideri l'insieme dei numeri di macchina $M = \mathcal{F}(10, 3, -3, 3)$.

a) Indicare la cardinalità dell'insieme M.

b) Calcolare la precisione di macchina.

2) Il polinomio $P(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$ ha le radici $\alpha_{1,2} = 1$, $\alpha_3 = -1$ e $\alpha_4 = -2$.
Se si vuole calcolare la "vera" successione di Sturm relativa al polinomio $P(x)$, quale polinomio deve essere scelto come primo polinomio $P_0(x)$ di tale successione?

3) È data l'equazione

$$e^{x+1} + K(x + 2) = 0\,, \quad K \in \mathbb{R}.$$

Determinare K in modo che l'equazione abbia una soluzione di molteplicità maggiore di 1.

4) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix},$$

calcolare il polinomio caratteristico della matrice A^{-1}.

5) Determinare la retta di equazione $y = a + bx$ che approssima nel senso dei minimi quadrati la funzione $f(x)$ di cui sono noti i seguenti valori:

x	0	1	2
$f(x)$	0	1	3

.

Soluzione

1) La cardinalità dell'insieme M è $\text{card}(M) = 1 + 2(10^3 - 10^2)(3 - (-3) + 1) = 12601$.
La precisione di macchina risulta pari a $\frac{1}{2}10^{-2} = 0.005$.

2) $P_0(x) = P(x)/(x-1) = x^3 + 2x^2 - x - 2$.

3) Per avere soluzioni di molteplicità superiore ad 1 si devono avere contemporaneamente nulle la funzione e la sua derivata prima.
Imponendo tali condizioni si verifica che si ha una sola soluzione di molteplicità 2 data da $x = -1$ per $K = -1$.

4) Gli auttovalori di A sono $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 1/2$ e $\lambda_3 = 1/4$. Segue che gli autovalori di A^{-1} sono $\mu_1 = 1/2$, $\mu_2 = 2$ e $\mu_3 = 4$. Il polinomio caratteristico di A^{-1} è quindi dato da

$$P(\mu) = (-1)^3(\mu - \frac{1}{2})(\mu - 2)(\mu - 4) = -\mu^3 + \frac{13}{2}\mu^2 - 11\mu + 4\,.$$

5) I coefficienti a e b si ottengono risolvendo il sistema delle equazioni normali $A^T A c = g$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

La soluzione è data da $a = -1/6$ e $b = 3/2$.