

---

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Elettronica, Informatica, Nucleare... 26/07/2011

---

---



COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA... 

--	--	--	--	--	--

## RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

---

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Elettronica, Informatica, Nucleare... 26/07/2011

---

---



1) Dire, giustificando le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere o false.

- a)  $\rho(A) = 1 \implies \|A\|_1 > 1$ ;
- b)  $\rho(A) = 0 \implies \|A\|_2 = 0$ ;
- c)  $\|A\|_2 = 0 \implies \rho(A) = 0$ ;
- d)  $\rho(A) < 1 \implies \rho(A^{-1}) < 1$  (se  $A^{-1}$  esiste).

2) Calcolare la fattorizzazione  $LR$  della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \\ -1 & -3 & -5 \end{pmatrix}.$$

3) Determinare il numero di radici reali dell'equazione

$$e^{-x^2} - x^2 + 2x - 1 = 0$$

indicando, per ciascuna di esse, un intervallo di separazione.

4) Risolvere, nel senso dei minimi quadrati, il sistema lineare

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

5) Qual è il grado di precisione della formula di quadratura

$$J_2(f) = f(1) + f(-1) - \frac{1}{6}f''(0)$$

che approssima l'integrale  $\int_{-1}^1 f(x)dx$ ?

# SOLUZIONE

- 1) a) NON è vera ( $\rho(I) = 1 = \|I\|_1$ );  
b) NON è vera (basta pensare ad  $A$  triangolare inferiore in senso stretto);  
c) VERA (norma nulla implica  $A = \mathbf{O}$  che ha raggio spettrale nullo);  
d) NON è vera ( $\rho(A) < 1$  implica tutti autovalori di modulo minore di 1 per cui gli autovalori di  $A^{-1}$  sono tutti di modulo maggiore di 1).
- 2) La fattorizzazione  $LR$  è data da

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 3) Da una semplice separazione grafica si ricava che l'equazione proposta ha due radici reali  $\alpha_1 = 0$  e  $\alpha_2 \in [1, 2]$ .
- 4) Il sistema delle equazioni normali  $A^T Ax = A^T b$  legato al sistema dato è

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

La soluzione è  $x = \frac{1}{7}(5, -1)^T$ .

- 5) La formula proposta risulta esatta per  $f(x) = 1$  e  $f(x) = x$  ma non per  $f(x) = x^2$  per cui il grado di precisione è uguale a 1.