
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 19/06/2013



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 19/06/2013



- 1) Determinare l'espressione dell'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{y^2}{x - y}.$$

- 2) Determinare i punti fissi della funzione

$$h(x) = 1 + (x - 1)^2.$$

- 3) È dato il sistema lineare $Ax = b$ con

$$A = \begin{pmatrix} 5 & \frac{5}{2} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Il metodo di Jacobi per la risoluzione di tale sistema lineare risulta convergente?

- 4) Determinare il polinomio che interpola la funzione $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ nei punti $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, e $x_2 = 2$.
- 5) Si consideri la formula di quadratura

$$J_1(f) = \frac{3}{2}(f(1) + f(2))$$

che approssima l'integrale $\int_0^3 f(x)dx$.

Supposto che l'errore sia esprimibile nella forma $E_1(f) = Kf^{(m)}(\xi)$, determinare K ed m .

SOLUZIONE

1) Per il calcolo di $f(x, y)$ seguiamo l'algoritmo

$$r_1 = y^2, \quad r_2 = x - y, \quad r_3 = r_1/r_2.$$

L'errore relativo nel calcolo della funzione è

$$\epsilon_f = \epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \frac{x}{x-y}\epsilon_x + \frac{2x-y}{x-y}\epsilon_y.$$

2) Si risolve l'equazione $x = h(x)$ ottenendo due punti fissi dati da

$$\alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = 2.$$

3) Il metodo di Jacobi ha matrice di iterazione

$$H_J = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

La matrice H_J ha autovalori $\lambda_1 = -1$, $\lambda_{2,3} = 1/2$ per cui il metodo non risulta convergente.

4) Il polinomio di interpolazione si calcola partendo dalla tabella di valori

x	0	1	2
$f(x)$	1	$\sqrt{2}/2$	0

ed è dato da

$$P_2(x) = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}x^2 + \frac{2\sqrt{2} - 3}{2}x + 1.$$

5) La formula data ha grado di precisione 1 con $E_1(x^2) = 3/2$. Si ha quindi $m = 2$ e $k = 3/4$.