
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 16/01/2017



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 16/01/2017



- 1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{y}{x + y}.$$

- 2) Calcolare la fattorizzazione LR della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 6 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

- 3) L'equazione $f(x) = 0$ ha le soluzioni

$$\alpha_1 = -3, \quad \alpha_2 = \alpha_3 = 1, \quad \alpha_4 = 7.$$

Con quale ordine converge il metodo di Newton se applicato per approssimare tali valori?

- 4) A è una matrice di ordine non superiore a 4. Data la tabella di valori

$$\begin{array}{c|ccccc} \lambda & 1 & -1 & 2 & -2 & 5 \\ \hline \det(A - \lambda I) & 2 & 0 & 6 & 2 & 30 \end{array},$$

determinare l'ordine della matrice A e dire se risulta invertibile.

- 5) Per approssimare l'integrale $I = \int_1^5 f(x)dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_1(f) = 2f(1) + 2f(5).$$

Supposto che risulti $E_1(f) = K f^{(s)}$, determinare K e s .

SOLUZIONE

1) Considerando l'algoritmo

$$r_1 = x + y, \quad r_2 = \frac{x}{r_1},$$

si ottiene l'espressione dell'errore relativo

$$\epsilon_f = \epsilon_2 - \epsilon_1 + \frac{x}{x+y} (\epsilon_y - \epsilon_x).$$

2) Risulta

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3) Il metodo di Newton converge con ordine $p \geq 2$ a $\alpha_{1,4}$ mentre converge con ordine $p = 1$ a $\alpha_{2,3}$.

4) Dal quadro delle differenze divise si ricava che il polinomio caratteristico risulta di grado 2 ed è dato da $P(\lambda) = \lambda^2 + \lambda$. Segue che la matrice ha un autovalore nullo e quindi non è invertibile.

5) La formula risulta esatta per $f(x) = 1$ e $f(x) = x$ mentre si ha $E_1(x^2) = -32/3$. Da questo derivano i valori

$$s = 2, \quad K = -\frac{16}{3}.$$