Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 18/01/2012

COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 18/01/2012

- 1) Determinare l'espressione dell'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = x(x - y).$$

- 2) La matrice $H = I - GA$ con

$$A = \begin{pmatrix} 3i & 1 & -1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & -i & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad G = \begin{pmatrix} 1/(3i) & 0 & 0 \\ 0 & 1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

è convergente?

- 3) Determinare il numero di radici reali dell'equazione

$$e^{-2x} - x^4 + 1 = 0$$

indicando, per ciascuna di esse, un intervallo di separazione.

- 4) Il polinomio $P(x) = x^4 - 2$ è il polinomio di interpolazione per i valori

$$\begin{array}{c|cccc} x & 0 & 1 & 2 & -1 \\ \hline y & -2 & -1 & 14 & -1 \end{array} ?$$

- 5) La formula di quadratura

$$J_1(f) = \frac{3}{5} \left(f\left(\frac{1}{3}\right) - f\left(-\frac{1}{3}\right) \right)$$

che approssima l'integrale $\int_{-1}^1 x^3 f(x) dx$ ha grado di precisione uguale a 2. Supposto che l'errore sia esprimibile nella forma $E_1(f) = K f^{(m)}(\xi)$, determinare K ed m .

SOLUZIONE

- 1) Per il calcolo di $f(x, y)$ seguiamo l'algoritmo

$$r_1 = x - y, \quad r_2 = x \cdot r_1.$$

L'errore relativo nel calcolo della funzione è

$$\epsilon_f = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \frac{2x - y}{x - y} \epsilon_x - \frac{y}{x - y} \epsilon_y.$$

- 2) La matrice $H = I - GA$ è la matrice di iterazione del metodo di Jacobi e risulta convergente essendo A a predominanza diagonale forte.
- 3) Da una semplice separazione grafica si ricava che l'equazione proposta ha solo una radice reale $\alpha \in]1, 2[$.
- 4) Il polinomio dato non è il polinomio di interpolazione avendo grado 4 con 4 punti assegnati.
- 5) La formula proposta ha grado di precisione 2 per cui si ha $m = 3$. Essendo $E_1(x^3) = \frac{76}{315}$, si ricava $K = \frac{38}{945}$.