Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 20/02/2016

COGNOME .... NOME ....

MATRICOLA... | | | | | | |

Risposte

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 20/02/2016

1) Una matrice $A \in \mathbb{C}^{3\times 3}$ ha autovalori $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$ e $\lambda_3 = 1/2$.
Indicare per quali valori reali α risulta convergente la matrice $B = \alpha I + A$.

2) Fattorizzare LR la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} .$$

3) È data l'equazione

$$e^{-x} + Kx = 0\,, \quad K \in \mathbb{R}\,.$$

Calcolare i vaolri reali K per i quali l'equazione ha radici di molteplicità maggiore di uno indicando i valori di tali radici.

4) Data la tabella di valori

x	0	1
$f(x)$	-1	1
$f'(x)$	1	5

,

il polinomio $H(x) = x^4 + x - 1$ è il polinomio di interpolazione di Hermite relativo a tale tabella?

5) Si approssima l'integrale $I(f) = \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} f(x)dx$ con la formula

$$J_1(f) = 2\sqrt{3}f(-2) + 2\sqrt{3}f(2).$$

Supponendo di poter scrivere $E_1(f) = Kf^{(s)}(\xi)$, determinare K e s.

Soluzione

1) Risulta evidente che non esistono valori reali di α che rendono convergente la matrice B.

2) Si ha

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad R = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

3) Ponendo $f(x) = e^{-x} + Kx$ e risolvendo il sistema dato dalle equazioni $f(x) = 0$ e $f'(x) = 0$ si ottiene una unica radice di molteplicità maggiore di 1 data da $\alpha = -1$ corrispondente a $K = e$.

4) Il polinomio $H(x)$ non è il polinomio di interpolazione di Hermite avendo grado 4 invece di avere al massimo grado 3.

5) La formula proposta risulta esatta per $f(x) = 1, x, x^2, x^3$ mentre $E(x^4) = \frac{256}{5}\sqrt{3}$. Da questo si ha $s = 4$ e $K = \frac{32}{15}\sqrt{3}$.