

DESCRIZIONE DELLA RICERCA SVOLTA  
Matteo Novaga

Richiamo le pubblicazioni secondo l'ordine in cui sono elencate nel CV.

Ho svolto la mia ricerca principalmente sui seguenti temi:

*Evoluzioni geometriche.* Mi sono principalmente occupato di evoluzioni paraboliche del tipo curvatura media, in vari contesti. Inizialmente ho contribuito a sviluppare alcune nozioni di soluzione debole (barriera, movimenti minimizzanti, limiti di equazioni di reazione-diffusione) [1,3,9,10,26,29]. Successivamente, ho studiato in dettaglio le evoluzioni in cui siano presenti anisotropie singolari (evoluzioni cristalline) [9,10,13,17,25,26,29,48] e termini forzanti discontinui e stocastici [15,45,63]. Ho fornito esempi esplicativi di nonunicità [4,36], studiato metodi di selezione della soluzione [15,33] e analizzato l'evoluzione di partizione nel piano [21,31,65].

Questi lavori sono stati ottenuti in collaborazione con G. Bellettini, V. Caselles, C. Chambolle, N. Dirr e M. Paolini.

*Stringhe relativistiche e superfici minime lorentziane.*

Ho studiato l'evoluzione (iperbolica) di stringhe e membrane relativistiche [55,58,73], che corrispondono alle sezioni temporali di una superficie minima in uno spazio lorentziano. In particolare, ho introdotto una nozione di soluzione debole in analogia a quanto fatto per le superfici minime euclidiene (varifolds di Allard e Almgren) e studiato le equazioni iperboliche di Ginzburg-Landau a cui tali evoluzioni sono naturalmente associate.

Questi lavori sono stati ottenuti in collaborazione con G. Bellettini, J. Hoppe e G. Orlandi.

*Metodi variazionali nel trattamento di immagini.*

Ho studiato il flusso secondo la variazione totale, che è motivato da modelli di rimozione del rumore nella segmentazione di immagini [18,20,23,39]. In particolare, ho classificato le soluzioni omotetiche, con particolare attenzione al caso delle funzioni caratteristiche, e mostrato che la regolarizzazione non introduce discontinuità che non siano già presenti nella funzione originale.

Ho inoltre analizzato il flusso gradiente di alcuni funzionali non convessi (Perona-Malik e Cahn-Hilliard) [27,47,61,70], studiando la regolarizzazione ottenuta attraverso la discretizzazione spaziale dell'equazione e caratterizzando il limite al tendere a zero del passo di discretizzazione.

Questi lavori sono stati ottenuti in collaborazione con G. Bellettini, V. Caselles, A. Chambolle, E. Paolini, M. Paolini e C. Tornese.

*Omogeneizzazione e  $\Gamma$ -convergenza.*

Ho considerato l'energia di Allen-Cahn con l'aggiunta di un termine forzante fortemente oscillante, che modella l'interazione con un campo esterno. Ho mostrato che il funzionale converge ad un opportuno perimetro anisotropo quando la frequenza delle oscillazioni tende all'infinito [28,44]. Ho inoltre studiato vari problemi di esistenza di punti critici per queste energie, corrispondenti a soluzioni eterocline, omocline e di tipo "bump" [37,49,59,62].

Infine, ho studiato il comportamento asintotico delle corrispondenti equazioni di evoluzione, determinandone la legge limite [63,71].

Questi lavori sono stati ottenuti in collaborazione con G. Barles, A. Cesaroni, M. Lucia, N. Dirr, M. Goldman e E. Valdinoci.

*Travelling waves in domini cilindrici.*

Ho studiato alcuni sistemi di reazione-diffusione in domini cilindrici [22,41,42,43,72]. Utilizzando una caratterizzazione variazionale, ho mostrato l'esistenza e la regolarità delle travelling waves sotto ipotesi molto generali sulla nonlinearità ed ho discusso la stabilità locale e globale di queste soluzioni.

Questi lavori sono stati ottenuti in collaborazione con M. Lucia e C. Muratov.

PROGRAMMA DI RICERCA

Matteo Novaga

Intendo approfondire i seguenti temi di ricerca:

*Evoluzioni geometriche in mezzi eterogenei.*

Proseguendo la collaborazione con G. Barles e A. Cesaroni [63,71], vorrei studiare la stabilità locale e globale delle travelling waves del moto per curvatura media con l'eventuale aggiunta di un termine forzante. Tale risultato permetterebbe anche di risolvere alcuni problemi di omogeneizzazione.

Vorrei inoltre continuare lo studio dell'evoluzione per curvatura media di partizioni iniziato in [21,65], classificando le evoluzioni omotetiche in dimensione maggiore di due. Tali soluzioni sono infatti rilevanti nello studio delle singolarità di queste evoluzioni.

*Superfici minime in varietà riemanniane e lorentziane.*

In collaborazione con G. Bellettini e G. Orlandi, vorrei caratterizzare i limiti delle soluzioni dell'equazione di Ginzburg-Landau iperbolica

$$u_{tt} - \Delta u + \frac{u^3 - u}{\epsilon} = 0.$$

Quando  $\epsilon \rightarrow 0$  ci si aspetta che il luogo di zeri delle soluzioni approssimi una superficie minima (generalizzata) nello spazio-tempo di Minkowski.

*Equazioni di Cahn-Hilliard.*

In collaborazione con G. Bellettini, G. Bertini e M. Mariani, intendo studiare i limiti delle soluzioni dell'equazione (parabolica) di Cahn-Hilliard

$$u_t = \Delta (-\epsilon \Delta u + F'(u)),$$

dove  $F(u)$  è un potenziale “a doppio pozzo”. Quando  $\epsilon \rightarrow 0$  ci aspettiamo che tali soluzioni convergano ad una soluzione debole dell'equazione

$$u_t = \Delta F^{*'}(u),$$

dove  $F^*$  è la convessificata della funzione  $F$ .

*Calcolo delle variazioni e teoria dei perimetri in spazi di Hilbert.*

Insieme a M. Goldman, mi propongo di studiare alcune proprietà di funzionali definiti su spazi di Hilbert di dimensione infinita. In particolare, vorrei approfondire il legame tra l'energia di Allen-Cahn e la teoria dei perimetri in tali spazi, che ha recentemente attratto una notevole attenzione.

Come ulteriore sviluppo vorrei utilizzare l'equazione (parabolica) di Allen-Cahn al fine di definire l'evoluzione per curvatura media in questi spazi.

*Metodi variazionali nel trattamento di immagini.*

Infine, in collaborazione con V. Caselles e A. Chambolle, sto scrivendo un libro sui metodi variazionali nel trattamento di immagini, con particolare attenzione ai metodi basati sulla variazione totale. Con questo libro ci proponiamo, non solo di raccogliere i risultati che abbiamo ottenuto, ma soprattutto di fornire una trattazione completa dell'argomento che possa essere utilizzata sia come referenza per gli specialisti che come testo per un corso universitario.