

Corso di Algebra, Informatica

Corsi A e B

6 Giugno 2005

Cognome

Nome

Corso

Valutazione

.....

Esercizio 1

.....
.....
.....

Voto

Esercizio 2

.....
.....
.....

Voto

Esercizio 3

.....
.....
.....

Voto

Cognome

Nome

Corso

Esercizio 1 (8 punti)

Sia $T_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che, rispetto alla base standard di $\mathbb{R}^3$, è rappresentata dalla seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 2a-1 & 3a-1 & 1 \\ 0 & 4a-1 & 0 \\ -1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}$$

Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ T_a è diagonalizzabile ?

Soluzione

Cognome

Nome

Corso

Esercizio 2 (8 punti)

Sia $f : R^4 \rightarrow R^4$ l'applicazione lineare tale $f(e_i) = \begin{pmatrix} 2(i-1) \\ 1(i-1) \\ 0 \\ 3(i-1) \end{pmatrix}$ dove gli e_i ($i = 1, 2, 3, 4$) sono i vettori della base standard.

a) Dimostrare che $\dim \operatorname{Im} f = 1$.

b) Trovare una base $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ di R^4 tale che $v_1 \in \operatorname{Im} f$, mentre v_2, v_3, v_4 non appartengono al nucleo di f e scrivere la matrice associata a f in questa base.

c) Determinare una base di R^4 tale che la matrice associata a f rispetto a questa base [non importa scrivere la matrice !] abbia tutte le colonne uguali.

Soluzione

Cognome

Nome

Corso

Esercizio 3 (8 punti)

Consideriamo in $K[x]$ (K campo), il seguente polinomio, dipendente dal parametro $a \in K$:

$$4x^3 + 5x^2 + 3x + 1$$

- a) Fattorizzare il polinomio quando $K = \mathbb{R}$
- b) Fattorizzare il polinomio quando $K = \mathbb{C}$
- c) Fattorizzare il polinomio quando $K = \mathbb{Z}_3$

Soluzione

Cognome

Nome

Corso

Esercizio 4 (8 punti)

Dato il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + y + \beta z &= 1 \\ x + \beta y + z &= 1 \\ \beta x + y + z &= 1 \end{cases}$$

- a) Per ogni valore del parametro $\beta \in \mathbb{R}$, si determini se il sistema ammette una, nessuna oppure infinite soluzioni.
b) Si trovino le soluzioni nei casi in cui il sistema le ammette.

Soluzione