

Corso di Algebra, Informatica

Corsi A e B

29 Giugno 2005

Cognome

Nome

Corso

Valutazione

.....

Esercizio 1

.....
.....
.....

Voto

Esercizio 2

.....
.....
.....

Voto

Esercizio 3

.....
.....
.....

Voto

Esercizio 4

.....
.....
.....

Voto

Cognome

Nome

Corso

Esercizio 1 (8 punti)

Sia $T_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che, rispetto alla base standard di $\mathbb{R}^3$, è rappresentata dalla seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2-a & 1 \\ 0 & a & 0 \\ -1 & 7a & a \end{pmatrix}$$

Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ T_a è diagonalizzabile ?

Soluzione

Cognome

Nome

Corso

Esercizio 2 (8 punti)

Siano a, b, c tre numeri reali e sia $p(x)$ il polinomio a coefficienti reali definito da

$$p(x) = \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & x \\ a^2 & b^2 & c^2 & x^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & x^3 \end{pmatrix}$$

- a) Dimostrare che a, b, c sono radici di p .
- b) Dimostrare che se $a = b$ o $b = c$ o $a = c$, allora p è il polinomio nullo.
- c) Nel caso in cui a, b, c sono tutti distinti, fattorizzare il polinomio p in prodotto di fattori irriducibili.

Soluzione

Cognome

Nome

Corso

Esercizio 3 (8 punti)

Consideriamo in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio V generato dai vettori

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

e il sottospazio W generato dai vettori

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a) Calcolare $\dim V \cap W$.

b) Trovare un vettore $v \in \mathbb{R}^4$ che non appartiene a $V + W$.

Soluzione

Cognome

Nome

Corso

Esercizio 4 (8 punti)

Dato il sistema lineare:

$$\begin{cases} \lambda x + (1 - \lambda)y &= 1 + \lambda(1 - z) \\ 2x + \lambda y &= 1 + \lambda \\ \lambda x + \lambda y &= 2 - x \end{cases}$$

- a) Per ogni valore del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$, si determini se il sistema ammette una, nessuna oppure infinite soluzioni.
b) Si trovino le soluzioni nei casi in cui il sistema le ammette.

Soluzione