Corso di Algebra, Informatica

Corsi A e B

22 Luglio 2005

Cognome **....................................** **Nome** **....................................**

Corso ....

Valutazione ....

Esercizio 1

....
....
.... Voto ....

Esercizio 2

....
....
.... Voto ....

Esercizio 3

....
....
.... Voto ....

Esercizio 4

....
....
.... Voto ....

Cognome .... **Nome** ....

Corso ....

Esercizio 1 (8 punti)

Sia $T_a : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che, rispetto alla base standard di $\mathbb{R}^3$, è rappresentata dalla seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -a \end{pmatrix}$$

a) Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ T_a è diagonalizzabile ?

b) Trovare, per ogni a per cui T_a è diagonalizzabile, una base di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori di T_a.

Soluzione

Cognome .... **Nome** ....

Corso ....

Esercizio 2 (8 punti)
Sia $g(x) \in \mathbb{R}[x]$ il polinomio

$$g(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$$

a) Fattorizzare $g(x)$ in prodotto di polinomi irriducibili.

b) Considerato il polinomio

$$f_a(x) = x^4 - 2ax^2 + 2ax - 1$$

dimostrare che, per ogni $a \in \mathbb{R}$, $x - 1$ è un $MCD\ (f_a(x), g(x))$.

Soluzione

Cognome .... **Nome** ....

Corso ....

Esercizio 3 (8 punti)
Consideriamo in $\mathbb{R}^4$ il sottospazio V_a dato dalle soluzioni del seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x - y + z & = 0 \\ ay + z + t & = 0 \end{cases}$$

e il sottospazio W_a generato dai vettori

$$\begin{pmatrix} a+1 \\ a \\ 1 \\ a \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Calcolare, al variare di $a \in \mathbb{R}$, $dim\ V_a \cap W_a$.

Soluzione

Cognome .... **Nome ....**

Corso ....

Esercizio 4 (8 punti)

Dato il sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x + 6y + 5z + t & = 2 \\ x + 4y + 3z + 2t & = 0 \\ x + 2y + 2z - t & = 2 \\ 3x + 8y + 7z & = 4 \end{cases}$$

a) Trovare tutte le soluzioni del sistema.
b) Aggiungere al sistema una equazione in modo tale che il nuovo sistema non ammetta soluzioni [motivare la risposta].

Soluzione