Esercitazione scritta Corso di Algebra, Informatica

Programma corso A

30 Maggio 2005

Cognome .... **Nome** ....

Corso ....

Valutazione ....

Esercizio 1

....
....
.... Voto ....

Esercizio 2

....
....
.... Voto ....

Esercizio 3

....
....
.... Voto ....

Cognome .... **Nome** ....

Corso ....

Esercizio 1 (11 punti)
Sia $T_k : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che, rispetto alla base standard di $\mathbb{R}^3$, è rappresentata dalla seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}$$

a) Si determini la dimensione di $Ker\ T_k$ e di $Imm\ T_k$.

b) Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ T_k è diagonalizzabile ?

c) Nei casi in cui T_k sia diagonalizzabile, trovare una base fatta da autovettori.

Soluzione

Cognome .... **Nome** ....

Corso ....

Esercizio 2 (11 punti)

Sia $Mat(2,\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a coefficienti in $\mathbb{R}$.

a) Dire perché è possibile costruire una applicazione lineare $f : Mat(2,\mathbb{R}) \to Mat(2,\mathbb{R})$ con queste proprietà:

$$f(I) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = M_1, \quad f(M_1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = M_2$$

$$f(M_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = M_3, \quad f(M_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$

dove come al solito I indica la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Dimostrare che la f soddisfa:

$$f^4 = O$$

$$f^3 \neq O$$

Soluzione

Cognome .... **Nome** ....

Corso ....

Esercizio 3 (11 punti)
Si consideri il sistema lineare:

$$\begin{cases} kx + y - 2z & = 6 \\ x - y + z & = 0 \\ y - z & = 0 \\ 3x + y + (1-k)z & = h \end{cases}$$

a) Si determinino le condizioni per h e k in modo che il sistema sia risolubile.
b) Nei casi in cui il sistema sia risolubile, trovare tutte le soluzioni.

Soluzione