

Informatica – Matematica Discreta
A.A. 2009/10 - Compito, 2 Febbraio 2010

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

IMPORTANTE:

Non si possono consultare libri e appunti.

Non si possono usare calcolatrici, computers o altri dispositivi elettronici.

Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare.

Esercizio 1.

Discutere, al variare del parametro k , le soluzioni del sistema:

$$\begin{array}{rcl} x + y + kz & = & 2 \\ 3x + 4y + 2z & = & k \\ 2x + 3y - z & = & 1 \end{array}$$

Esercizio 2.

Dimostrare che, per ogni intero positivo n , vale

$$n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 \equiv 0 \pmod{3}$$

Discutere se questo rimane vero quando si sostituisce “modulo 3” con “modulo 9”, ossia se è vero che per ogni intero positivo n , vale

$$n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 \equiv 0 \pmod{9}$$

Esercizio 3. Siano A, B due sottoinsiemi di $\mathbb{N}$. Stabilire la validità o non validità di ciascuna delle seguenti affermazioni:

- a) se esiste un sottoinsieme C di $\mathbb{N}$ tale che $A \cup C = B \cup C$ allora $A = B$.
- b) Se per ogni sottoinsieme C di $\mathbb{N}$ vale $A \cup C = B \cup C$ allora $A = B$.
- c) Se esiste un sottoinsieme C di $\mathbb{N}$ tale che $A \cup C = B \cup C$ e $A \cap C = B \cap C$ allora $A = B$.

Esercizio 4. Consideriamo la applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la cui matrice, rispetto alla base standard, è

$$[L] = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 3 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

- a) Verificare che $[L]^3$ è la matrice nulla.
- b) Trovare gli autovalori dell'applicazione lineare L .
- c) L è diagonalizzabile ?