Informatica – LMM
A.A. 2009/10 - Compito, 2 Febbraio 2010

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Corso e Aula:

IMPORTANTE:

Non si possono consultare libri e appunti.

Non si possono usare calcolatrici, computers o altri dispositivi elettronici.

Non saranno valutate risposte prive di motivazioni, o con motivazioni non chiare.

Esercizio 1.

Dimostrare che, per ogni intero positivo n , vale

$$n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3 \equiv 0 \pmod{3}$$

Discutere se questo rimane vero quando si sostituisce “modulo 3” con “modulo 9”, ossia se è vero che per ogni intero positivo n , vale

$$n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3 \equiv 0 \pmod{9}$$

Esercizio 2.

Siano A, B due sottoinsiemi di $\mathbb{N}$. Stabilire la validità o non validità di ciascuna delle seguenti affermazioni:

- a) se esiste un sottoinsieme C di $\mathbb{N}$ tale che $A \cup C = B \cup C$ allora $A = B$.
- b) Se per ogni sottoinsieme C di $\mathbb{N}$ vale $A \cup C = B \cup C$ allora $A = B$.
- c) Se esiste un sottoinsieme C di $\mathbb{N}$ tale che $A \cup C = B \cup C$ e $A \cap C = B \cap C$ allora $A = B$.

Esercizio 3. Sia $n = 2^6 3^6 5^6 7^6 11^6 13^6 17^6$.

- a) Quanti sono i suoi divisori in $\mathbb{N}$?
- b) Quanti fra i suoi divisori sono divisibili da esattamente tre primi distinti ?
- c) Quanti fra i suoi divisori sono divisibili da almeno tre primi distinti ?
- d) Quanti fra i suoi divisori sono *liberi da quadrati*? [Un numero naturale m si dice *libero da quadrati* se non esiste nessun primo p tale che $p^2|m$.]