

Informatica – Matematica Discreta
A.A. 2008/09 - Sesto appello, 8 Settembre 2009

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO:

- NON si possono consultare libri e appunti; il punteggio pieno è dato solo se l'esercizio è svolto completamente, in modo chiaro, e se sono chiari i passaggi;
- se un esercizio non viene svolto, scrivere chiaramente sul foglio: "esercizio n non svolto".

Esercizio 1.

Dimostrare che per ogni intero $n \geq 1$ vale:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3} \leq \frac{3}{2} - \frac{1}{2n}$$

Esercizio 2. a) Risolvere la congruenza

$$168x \equiv 3080 \pmod{455}$$

b) Per quali valori del numero intero positivo m la congruenza

$$168x \equiv 1540 \pmod{35m}$$

ammette soluzione ?

Esercizio 3. Si consideri l'applicazione lineare $F_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ che, rispetto alla base standard, ha matrice:

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Discutere, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, la diagonalizzabilità di F_a .

Esercizio 4. Sia \mathbf{F} un campo e consideriamo l'applicazione $T : \mathbf{F}^3 \rightarrow \mathbf{F}^3$ che nella base standard è data da:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

- Trovare $\text{Ker } T$ e $\text{Imm } T$ quando $\mathbf{F} = \mathbb{R}$.
- Trovare $\text{Ker } T$ e $\text{Imm } T$ quando $\mathbf{F} = \mathbb{Z}_2$.
- Trovare $\text{Ker } T$ e $\text{Imm } T$ quando $\mathbf{F} = \mathbb{Z}_3$.
- In quali dei tre casi precedenti è vero che $\text{Ker } T$ e $\text{Imm } T$ sono in somma diretta ?