

ESERCITAZIONE 5.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

• Dati i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}^2 dire se sono aperti, chiusi, oppure né chiusi né aperti. Specificare inoltre se sono limitati oppure no.

	insieme	chiuso	aperto	né chiuso né aperto	limitato	illimitato
1	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x > 0 \right\}$		X			X
2	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x \geq 0 \right\}$	X				X
3	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x^2 + y^2 \leq 1 \right\}$	X			X	
4	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x^2 + y^2 > 1 \right\}$		X			X
5	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \right\}$	X			X	
6	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : 1 \leq x^2 + y^2 < 4 \right\}$			X	X	
7	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x^2 + y^2 \neq 4 \right\}$		X			X
8	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x^2 + y^2 = 4 \right\}$	X			X	
9	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x^2 + y^2 = 4 \ \& \ x \neq 0 \right\}$			X	X	
10	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : \sin(x) = 0 \right\}$	X				X
11	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : \sin(x) \neq 0 \right\}$		X			X
12	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x \leq 1 \right\}$	X				X
13	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x + y \leq 2 \right\}$	X			X	
14	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x + y < 2 \right\}$		X		X	
15	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x + y = 2 \right\}$	X			X	
16	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x = y \right\}$	X				X
17	$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x^2 \leq 3 \ \& \ y^2 \leq 4 \right\}$	X			X	

Proposizione	Vera	Falsa
1. L'intersezione di DUE insiemi chiusi è un insieme chiuso	X	
2. L'intersezione di DUE insiemi aperti è un insieme aperto	X	
3. L'unione di DUE insiemi chiusi è un insieme chiuso	X	
4. L'unione di DUE insiemi aperti è un insieme aperto	X	
5. L'unione arbitraria di insiemi aperti è un insieme aperto	X	
6. L'unione arbitraria di insiemi chiusi è un insieme chiuso		X
7. L'intersezione arbitraria di insiemi aperti è un insieme aperto		X

- Determinare il campo di esistenza delle seguenti funzioni

	$f(x, y)$	campo di esistenza
1	$\frac{x-y}{x^2+y^2}$	$\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$
2	$\frac{x \cdot y}{x^2+y^2}$	$\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$
3	$\ln(x \cdot y)$	$\{(x, y) : x > 0, y > 0\} \cup \{(x, y) : x < 0, y < 0\}$
4	$\sqrt{x^2+y^2}$	\mathbb{R}^2
5	$\ln(x^2+y^2)$	$\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$
6	$\frac{1}{(x \cdot y)}$	$\mathbb{R}^2 \setminus [\{(x, y) : x = 0\} \cup \{(x, y) : y = 0\}]$
7	$\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$	$\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$
8	$\ln(y-x^2)$	$\{(x, y) : y > x^2\}$
9	$\arctan(x \cdot y)$	\mathbb{R}^2
10	$\frac{1}{(y-x^2)}$	$\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, y) : y = x^2\}$
11	$\cos(\ln(1+x^4+y^2))$	\mathbb{R}^2
12	$\frac{1}{(x-y)}$	$\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, y) : y = x\}$