Corso di Algebra
Ingegneria Gestionale
anno accademico 2004/2005
SOLUZIONE ESERCITAZIONE 1.2

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

• Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$z = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow z^2 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\otimes$	$\square$
$\lvert z\rvert = 0 \Rightarrow z = 0$	$\otimes$	$\square$
$\lvert z\rvert = 1 \Rightarrow z = 1$	$\square$	$\otimes$
$i + i^{-1} = 0$	$\otimes$	$\square$
$2i + (2i)^{-1} = 0$	$\square$	$\otimes$
$\lvert(2i)^3\rvert = 8$	$\otimes$	$\square$
$\lvert(-2i)^3\rvert = -8$	$\square$	$\otimes$

Proposizione	Vera	Falsa
$e^{i\pi} = -1$	$\otimes$	$\square$
$e^{i4\pi} = -1$	$\square$	$\otimes$
$e^{i37\pi} = -1$	$\otimes$	$\square$
$e^{i\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}$	$\square$	$\otimes$
$e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$	$\otimes$	$\square$
$e^{i\frac{3\pi}{2}} = -i$	$\otimes$	$\square$
$\lvert e^{i\frac{4\pi}{5}}\rvert = 1$	$\otimes$	$\square$

• Calcolare

$e^{i\frac{7\pi}{2}} = -i$ $\qquad$ $e^{i\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ $e^{i\frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$

• Scrivere i seguenti numeri complessi nella forma $\varrho \cdot e^{i\vartheta}$:

$-1 = 1 \cdot e^{i\pi}$ $\qquad$ $i\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$ $\qquad$ $18i = 18 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$

$1 + i = \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$ $\qquad$ $2 - 2i\sqrt{3} = 4 \cdot e^{-i\frac{\pi}{3}}$ $\qquad$ $6 + i6\sqrt{3} = 12 \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}$

• Dato il polinomio $P(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2$.
Allora

Proposizione	Vera	Falsa
$1 + i2$ è radice di $P(x) \iff 1 - i2$ è radice di $P(x)$	$\otimes$	$\square$
$P(x)$ ha esattamente 4 radici distinte	$\square$	$\otimes$
$P(x)$ ha al massimo 4 radici	$\otimes$	$\square$
$P(x)$ ha almeno una radice in $\mathbb{R}$	$\otimes$	$\square$

• Disegnare nel piano di Gauss i seguenti insiemi:

$\{z \in \mathbb{C} : \ \lvert z\rvert < 2\}$; $\qquad$ $\{z \in \mathbb{C} : \ \lvert z - i2\rvert < \lvert z\rvert\}$; $\qquad$ $\{z \in \mathbb{C} : \ Re(z) = 2\}$