Corso di Algebra
Ingegneria Gestionale
anno accademico 2004/2005

SOLUZIONI ESERCITAZIONE 1.1

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

• Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$i^7 = i$	$\square$	$\otimes$
$i^{36} = 36$	$\square$	$\otimes$
$i^{361} = 1$	$\square$	$\otimes$
$(2i)^3 = -8i$	$\otimes$	$\square$
$z = i4 \Rightarrow z^2 = -16$	$\otimes$	$\square$
$z^2 = -25 \Rightarrow z = i5$	$\square$	$\otimes$
$z = 1 + i2 \Rightarrow z^2 = 1 + i4$	$\square$	$\otimes$
$\overline{(3+4i)} = 3 - 4i$	$\otimes$	$\square$
$\overline{i} = -i^{-1}$	$\square$	$\otimes$
$i + i^{-1} = 0$	$\otimes$	$\square$

Proposizione	Vera	Falsa
$\lvert z\rvert = \lvert\overline{z}\rvert$	$\otimes$	$\square$
$\lvert z\rvert = -\lvert\overline{z}\rvert$	$\square$	$\otimes$
$\lvert z\rvert = \lvert -\overline{z}\rvert$	$\otimes$	$\square$
$\lvert z+w\rvert = \lvert z\rvert + \lvert w\rvert$	$\square$	$\otimes$
$\lvert z\cdot w\rvert = \lvert z\rvert \cdot \lvert w\rvert$	$\otimes$	$\square$
$z = \overline{z} \Rightarrow z \in \mathbb{R}$	$\otimes$	$\square$
$z + \overline{z} = Re(z)$	$\square$	$\otimes$
$z + \overline{z} = 2Re(z)$	$\otimes$	$\square$
$z + \overline{z} = 2Im(z)$	$\square$	$\otimes$
$z = -\overline{z} \Rightarrow z \in i\mathbb{R}$	$\square$	$\square$

• Dato $z = 2 - 4i$ allora :

(i) $Re(z) = 2$ (ii) $Im(z) = -4$ (iii) $|z| = \sqrt{20}$

(iv) $-z = -2 + i4$ (v) $\overline{z} = 2 + i4$ (vi) $z^{-1} = \frac{2+i4}{20}$

Analogamente per gli altri valori di z.

• Dati $z = 2 - 4i$, $w = 3 + 5i$
ALLORA:

(i) $z + w = 5 + i$	$(ii) z - w = -1 - i9$	(iii) $\lvert z + w\rvert = \sqrt{26}$
(iv) $z \cdot w = 26 - 2i$	(v) $\overline{z} \cdot w = -14 + i22$	(vi) $\dfrac{w}{z} = \dfrac{-14 + i22}{20}$

• Dato $z_0 = 3 + 4i$, le seguenti equazioni hanno come soluzione

(i) $z + z_0 = 0$ $z = -3 - 4i$	(ii) $z + 2z_0 = 1$ $z = -5 - 8i$	(iii) $3z - z_0 = 2 + i$ $z = \frac{5}{3} + i\frac{5}{3}$
(iv) $z \cdot z_0 = 3$ $z = \frac{9}{25} - i\frac{12}{25}$	(v) $z \cdot z_0 = 6 + 6i$ $z = \frac{42}{25} - i\frac{6}{25}$	(vi) $\dfrac{z_0}{z} = 2 + i$ $z = 2 + i$

• Disegnare nel piano di Gauss i seguenti insiemi:

$\{z \in \mathbb{C} : \ |z| = 2\}$; $\{z \in \mathbb{C} : \ |z + 2| < |z|\}$; $\{z \in \mathbb{C} : \ Re(z) \geq Im(z)\}$