

SECONDA PARTE
(Argomentare le risposte)

• **Esercizio 1.** [punteggio: 0-6]

Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} tx_1 + 2x_2 + x_3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 \\ tx_1 + tx_2 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare del parametro reale t si determini la dimensione di $\text{Ker}(f_t)$ e la dimensione di $\text{Im}(f_t)$.

(ii) Si determini per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ t \\ 3 \end{pmatrix}$

(iii) Posto $t = 0$ si dica se $\mathbb{R}^3 = \text{Ker}(f_t) \oplus \text{Im}(f_t)$.

• **Esercizio 2.** [punteggio: 0-6]

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determini almeno un autovettore di f .

(iii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.