Ingegneria Gestionale - Corso di Analisi II e Algebra

anno accademico 2008/2009

ESERCITAZIONE 3.2

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^3$ iniettiva	☐	☐
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^4$ iniettiva	☐	☐
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$ iniettiva	☐	☐
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^4$ surgettiva	☐	☐
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^3$ surgettiva	☐	☐
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$ surgettiva	☐	☐
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ lineare $\Rightarrow f$ iniettiva	☐	☐
$f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ lineare $\Rightarrow f$ surgettiva	☐	☐
f inettiva $\Rightarrow Ker(f) = \{0_V\}$	☐	☐
$Ker(f) = \{0_V\} \Rightarrow f$ iniettiva	☐	☐
$Ker(f) = \{0_V\} \Rightarrow f$ surgettiva	☐	☐
Esiste $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $\dim Ker(f) = \dim Im(f)$	☐	☐
Esiste $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $\dim Ker(f) = \dim Im(f)$	☐	☐
Esiste $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tale che $\dim Ker(f) = \dim Im(f)$	☐	☐

- Data $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 \\ -x_2 \\ x_1 \end{pmatrix} \qquad \text{allora :} \quad f\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \qquad f\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$$

- Data $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - 4x_3 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \end{pmatrix} \qquad \text{determinare } f\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- Date le seguenti applicazioni lineari, determinarne la matrice associata rispetto alle basi canoniche:

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - 4x_3 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \end{pmatrix}$$

$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 - 4x_3 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \\ x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}$$

- Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ lineare .

  Sapendo che $f\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, e che $f\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, determinare $f\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$

- Determinare la matrice associata, rispetto alle basi canoniche, alla seguente applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che

  $f\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$,

- Determinare la matrice associata, rispetto alle basi canoniche, alla seguente applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tale che

  $f\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix}$

- Determinare la matrice associata, rispetto alle basi canoniche, alla seguente applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

  $f\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \\ 9 \end{pmatrix}$

- Data $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definita da

  $$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 \\ -x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$$

  i) Determinare la matrice associata ad f rispetto alle basi canoniche
  ii) Determinare una base di $Im(f)$ ed uno spazio $W \subset \mathbb{R}^3$ tale $\mathbb{R}^3 = W \bigoplus Im(f)$.

- Data $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definita da

  $$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$$

  i) Determinare la matrice associata ad f rispetto alle basi canoniche
  ii) Determinare una base di $Im(f)$ ed uno spazio $W \subset \mathbb{R}^3$ tale $\mathbb{R}^3 = W \bigoplus Im(f)$.

- Data $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definita da

  $$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \end{pmatrix}$$

  i) Determinare la matrice associata ad f rispetto alle basi canoniche.
  ii) Determinare una base di $Ker(f)$ ed uno spazio $W \subset \mathbb{R}^3$ tale $\mathbb{R}^3 = W \bigoplus Ker(f)$.

- Data $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita da

  $$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \\ x_1 - x_2 + x_3 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}$$

  i) Determinare la matrice associata ad f rispetto alle basi canoniche.
  ii) Determinare una base di $Ker(f)$ ed una di $Im(f)$.
  iii) Dire se $\mathbb{R}^3 = Im(f) \bigoplus Ker(f)$.