Ingegneria Gestionale - Corso di Analisi II e Algebra

anno accademico 2008/2009

ESERCITAZIONE 2.3

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
3 vettori costituiscono una base per $V \Rightarrow$ sono linearmente indipendenti	☐	☐
3 vettori costituiscono una base per $V \Rightarrow$ sono generatori	☐	☐
3 vettori di $\mathbb{R}^3$ linearmente indipendenti costituiscono una base per $\mathbb{R}^3$	☐	☐
3 vettori qualsiasi di $\mathbb{R}^3$ costituiscono una base	☐	☐
v_1 , v_2, v_3 sono linearmente indipendenti $\Rightarrow v_1$, v_2 sono linearmente indipendenti	☐	☐
v_1 , v_2, v_3 sono linearmente dipendenti $\Rightarrow v_1$, v_2 sono linearmente dipendenti	☐	☐
$v_3 = 5v_1 + 4v_2 \quad \Rightarrow \quad \langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \langle v_1, v_2 \rangle$	☐	☐
v_1 , v_2 sono linearmente indipendenti $\Rightarrow \dim\langle v_1, v_2 \rangle = 2$	☐	☐
v_1 , v_2, v_3 sono linearmente dipendenti $\Rightarrow \dim\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = 2$	☐	☐
v_1 , v_2, v_3 sono linearmente dipendenti $\Rightarrow \dim\langle v_1, v_2, v_3 \rangle \leq 2$	☐	☐
v_1 , v_2, v_3 sono linearmente indipendenti $\Rightarrow \dim\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = 3$	☐	☐
$v_1 \neq 0_V$, $v_2 = 3 \cdot v_1$, $v_3 = 5v_1 \Rightarrow \dim\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = 1$	☐	☐
$W = \langle v_1, v_2, \ldots, v_n \rangle \quad \Rightarrow \quad \dim(W) \leq n$	☐	☐
$W = \langle v_1, v_2, \ldots, v_n \rangle$ & $v_1, v_2, \ldots, v_n$ linearmente indipendenti $\Rightarrow \dim(W) = n$	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ sono una base per $\mathbb{R}^2$	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ sono un insieme di generatori per $\mathbb{R}^2$	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ costituiscono una base di $\mathbb{R}^2$	☐	☐
La dimensione dello spazio $\langle \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \rangle$ è $=$ 3	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ sono un insieme di generatori per $\mathbb{R}^3$	☐	☐
Siano $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Si consideri un terzo vettore $v_3 \in \mathbb{R}^3$. Allora : $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \langle v_1, v_2 \rangle \Longleftrightarrow v_1, v_2, v_3$ sono linearmente dipendenti.	☐	☐

- Dati $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, determinare la dimensione dello spazio generato da v_1 e v_2:

- Dati $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ $v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, determinare la dimensione dello spazio generato da v_1 , v_2 e v_3 :

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$, $\quad W_1 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \quad : \quad 2x_1 - 9x_2 = 0\}$, determinare una base di W_1 e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $\quad W_2 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0\}$,

determinare una base di W_2 e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $\quad W_3 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad 2x_1 - 9x_2 = 0\}$,

determinare una base di W_3 e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $\quad W_4 = \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$

determinare una base di W_4 e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$, $\quad W_5 = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$

determinare una base di W_5.

• Dato W_6 il seguente sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$: $W_6 = \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \rangle$

determinare una rappresentazione intrinseca di W_6.

• Dato W_7 il seguente sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$: $W_7 = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \rangle$

determinare una rappresentazione intrinseca di W_7.

• Dati W_8 e W_9 i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:

$W_8 = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$, $W_9 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0\}$,

determinare una base di $W_8 \cap W_9$.

• Dati W_{10} e W_{11} i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$: $W_{10} = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$, $W_{11} = \langle \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle$

determinare una base di $W_{10} \cap W_{11}$.

• Dati W_{12} e W_{13} i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:

$W_{12} = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad 2x_1 - x_2 - x_3 = 0\}$, $\quad W_{13} = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$

determinare $W_{12} \cap W_{13}$.