

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

CORSO DI LAUREA: INGEGNERIA

**PRIMA PARTE**

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1  
 calcoli e spiegazioni non sono richiesti

• Sia  $z = 2 + 2\sqrt{3}i$ . Allora  $z^3 =$

• Sia  $z = 1 - \sqrt{3}i$ . Scrivere  $z$  nella rappresentazione trigonometrica  $z = \rho \cdot e^{i\theta}$  :  $z =$

• Dati  $W, Z$  i seguenti sottospazi di  $\mathbb{R}^3$  :

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0 \right\}, Z = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_2 + x_3 = 0 \right\},$$

determinare una base di  $W \cap Z$ :

•  $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} =$

•  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \implies A$  è diagonalizzabile vero falso

•  $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  è autovettore per l' applicazione lineare  $l_A$  associata alla matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$  se  $t =$

• Data  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  si consideri l'autovalore  $\lambda_0 = 1$ . Allora:  $m.a.(1) =$   ;  $m.g.(1) =$

•  $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \implies A^{-1} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

## SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

### Esercizio 1. [punteggio: 0-6]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^2 = -|z| \cdot \bar{z}^2 \\ |z - i| > |z| \end{cases}$$

### Esercizio 2. [punteggio: 0-6]

Al variare del parametro reale  $t$  sia  $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -4 & t & -t \\ t & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

i) Determinare, al variare di  $t \in \mathbb{R}$ ,  $\dim(\text{Ker}(\mathcal{L}_{A_t}))$  e  $\dim(\text{Im}(\mathcal{L}_{A_t}))$ .

ii) Determinare i valori di  $t \in \mathbb{R}$  per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di  $t$  per cui  $\text{Ker}(\mathcal{L}_{A_t}) \subset \text{Im}(\mathcal{L}_{A_t})$ .

### Esercizio 3. [punteggio: 0-3]

Determinare un'applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tale che

$$\text{Im}(f) = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle; \quad \text{Ker}(f) = \left\langle \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Si determini una matrice  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  tale che  $f = \mathcal{L}_A$ .

### Esercizio 4. [punteggio: 0-6]

Si consideri la matrice  $A$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determinino gli autovalori di  $A$  specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
- (ii) Determinare gli autovettori di  $A$ .
- (iii) Dire se  $A$  è diagonalizzabile.