Corso di laurea in Ingegneria Gestionale/ Chimica
Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2012/2013

Prova scritta del 10/1/2013

TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

CORSO DI LAUREA: INGEGNERIA

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Siano $z = 4 + i$, $w = 1 + 2i$. Allora $z \cdot \overline{w} =$

- Sia $z = -1 + \sqrt{3}i$. Scrivere z nella rappresentazione trigonometrica $z = \varrho \cdot e^{i\vartheta}$: $z =$

- Dato W il seguente sottospazio di $\mathbb{R}^3$:

$W = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$, determinare una base di W:

- $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \implies A$ è diagonalizzabile | vero | falso |

- Le soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ costituiscono uno spazio affine di dimensione =

- Il vettore $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ è autovettore dell'applicazione lineare associata alla matrice (barrare la matrice giusta)

$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ $A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ $A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \implies$ la molteplicità geometrica dell' autovalore 1 è =

- $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \implies A^2 = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-6]
Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 = -64\pi^4 \\ e^z = e^{2\pi} \end{cases}$$

• **Esercizio 2. [punteggio: 0-6]**
Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & t \\ t & 1 & 1 \\ 6 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(Im(\mathcal{L}_{A_t}))$.

ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

iii) Posto $t = 0$, Determinare un sottospazio vettoriale $W \subset \mathbb{R}^4$ tale che $\mathbb{R}^4 = Im(\mathcal{L}_A) \bigoplus W$.

Esercizio 3. [punteggio: 0-3]
Determinare un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che

$$Im(f) = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \rangle \ ; \quad f^2 = 0$$

Si determini una matrice $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ tale che $f = \mathcal{L}_A$.

Esercizio 4. [punteggio: 0-6]
Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -9 & -3 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di A.
(iii) Dire se A è diagonalizzabile.