Esame di ALGEBRA LINEARE - anno accademico 2015/2016

Corso di laurea in Ingegneria

**Prova scritta del 15/06/2016**

TEMPO A DISPOSIZIONE: 120 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

## PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1

calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Sia $z = 4 - 4i$. Scrivere $z$ nella rappresentazione trigonometrica $z = \varrho \cdot e^{i\vartheta}$ : $z =$

- $z = 4 - 4i$. Scrivere $z^{-1}$ nella rappresentazione cartesiana $z^{-1} =$ : $z =$

- Dati $W$ e $Z$ i seguenti sottospazi di $\mathbb{R}^3$ :

$$W = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad : \quad x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \} \ , \ Z = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle \ . \quad \text{Allora} \quad \mathbb{R}^3 = W \bigoplus Z$$

| vero | falso |
|---|---|

- Determinare una base di $W$

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \implies \mathrm{rg}(A) =$ $\quad \dim(Ker(l_A)) =$

- $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$

- $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \implies A$ è diagonalizzabile

| vero | falso |
|---|---|

- Le soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ costituiscono uno spazio affine di dimensione =

- Data $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ determinare il coefficiente di posto $(1, 3)$ della matrice $A^{-1}$ :

## SECONDA PARTE

**I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni**

**Esercizio 1. [punteggio: 0-6]** Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^3 = -2 \cdot |z|^2 \\ |z - i| \geq |z| \end{cases}$$

**Esercizio 2. [punteggio: 0-6]**

Al variare del parametro reale $t$ sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} t & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & t \end{pmatrix}$$

i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(Im(\mathcal{L}_{A_t}))$.

ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $\quad A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(iii) Posto $t = 1$ determinare tutte le soluzioni del sistema $A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

**Esercizio 3 [punteggio: 0-3]** Si consideri il seguente sottospazio di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : x_1 - x_2 - x_3 = 0 \right\}$$

i) Si indichi un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $Im(f) = W$, $Ker(f) \subset W$.

ii) Si determini $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ tale che $f = \mathcal{L}_{\mathcal{A}}$.

**Esercizio 4. [punteggio: 0-6]**

Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di $A$ specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di $A$.
(ii) Si dica se $A$ è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.