

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +1 risposta sbagliata = -1
 calcoli e spiegazioni non sono richiesti

• Sia $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$. Scrivere z nella rappresentazione trigonometrica $z = \rho \cdot e^{i\theta}$: $z =$

• $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i \implies z^3 =$

• Dati W e Z i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^3 :
 $W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 - x_2 + x_3 = 0 \right\}$, $Z = \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$. Allora $\mathbb{R}^3 = W + Z$

vero	falso
------	-------

Determinare una base di $W \cap Z$:

• $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \implies \text{rg}(A) =$ $\dim(\text{Ker}(l_A)) =$

• Le soluzioni del sistema $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ costituiscono uno spazio affine di dimensione =

• $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} =$ • $A = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix} \implies A$ è diagonalizzabile

vero	falso
------	-------

• Il vettore $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ è autovettore dell'applicazione lineare associata alla matrice (barrare la matrice giusta)

$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$ $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ $A_4 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1. [punteggio: 0-6]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^3 = \bar{z}^3 \\ |e^{iz}| = e^3 \end{cases}$$

Esercizio 2. [punteggio: 0-6]

Al variare del parametro reale t sia $\mathcal{L}_{A_t} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & t & -6 \\ 1 & -1 & t \end{pmatrix}$$

i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(\text{Ker}(\mathcal{L}_{A_t}))$ e $\dim(\text{Im}(\mathcal{L}_{A_t}))$.

ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$A_t \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(iii) Dato il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 , $W = \left\langle \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

determinare per quali valori di t si ha $\mathbb{R}^3 = \text{Im}(f_t) \oplus W$.

Esercizio 3. [punteggio: 0-3]

Determinare un'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$\text{Im}(f) = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x_1 - 2x_2 = 0 \right\}; \quad \text{ker}(f) = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Si determini una matrice $A \in \text{Mat}(3 \times 3; \mathbb{R})$ tale che $f = \mathcal{L}_A$.

Esercizio 4. [punteggio: 0-6]

Si consideri la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di A specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.

(ii) Si determinino gli autovettori di A .

(iii) Dire se A è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.