Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra Lineare e Analisi 2 - anno accademico 2008/2009

prova scritta del 30/6/2008

TEMPO A DISPOSIZIONE: 180 minuti (45 minuti per ogni parte)

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

Esercizio 1.1 [punteggio: 0-2]

Scrivere nella forma $z = x + iy$ il seguente numero complesso: $(3\sqrt{3} + i3)^{-1}$

Esercizio 1.2 [punteggio: 0-6]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^6 = 16 \cdot \overline{z^2} \\ |z - i| < |z| \end{cases}$$

SECONDA PARTE

Esercizio 2.1 [punteggio: 0-6]

Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} -2 & t & 1 \\ 0 & -1 & t \\ 3 & -4 & t \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui $Ker(f_t) \subseteq Im(f_t)$

Esercizio 2.2 [punteggio: 0-2]

Sia A la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Calcolare A^{-1}

TERZA PARTE

Esercizio 3.1 [punteggio: 0-5]
Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di f.
(iii) Si dica se f è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.

Esercizio 3.2 [punteggio: 0-3]
Determinare per quali valori del parametro β la seguente matrice A è diagonalizzabile

$$A = \begin{pmatrix} \beta & \beta & -\beta \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

QUARTA PARTE

Esercizio 4.1 [punteggio: 0-4]
Si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \ 4x + 6y$$

Determinare i valori max, min di $f(x, y)$ ristretta al dominio $D = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x^2 + 3y^2 \leq 28 \right\}$.

Esercizio 4.2 [punteggio: 0-4]
Si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \ 2\cos(x + y) + e^{xy}$$

(i) Dimostrare che $(0, 0)$ è un punto stazionario e dire se $(0, 0)$ è un punto di max o di min relativo per f.

(ii) Determinare il polinomio di Taylor di ordine 2 in un intorno di $(0, 0)$ della funzione