Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2004/2005

prova scritta del 19-7 -2005

Esercizio 1.
Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^3 = (-4i)^3 \\ |e^z| \geq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2.
Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} tx_1 & +2x_2 & +tx_3 \\ -x_1 & +tx_2 & \\ & 3x_2 & +x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare del parametro reale t si determini la dimensione di $Ker(f_t)$ e la dimensione di $Im(f_t)$.

(ii) Determinare per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

(iii) Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $\quad W = \langle \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$,

Determinare per quali valori di t si ha $\mathbb{R}^3 = Im(f_t) \bigoplus W$.

Esercizio 3.
Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di f.
(iii) Si dica se l'applicazione f è diagonalizzabile.