Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2004/2005

Compitino n.1 13/11/2004

TEMPO A DISPOSIZIONE: 80 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

PRIMA PARTE

PUNTEGGIO : risposta mancante = 0 ; risposta esatta = +2 risposta sbagliata = -2

calcoli e spiegazioni non sono richiesti

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$i^{19} = i$	☐	☐
$\forall z \in \mathbb{C}$ si ha $Re(z) = Re(\overline{z})$	☐	☐
$\forall z \in \mathbb{C}$ si ha $\lvert e^z \rvert = e^{\lvert z \rvert}$	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, sono una base di $\mathbb{R}^3$	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ sono un insieme di generatori per $\mathbb{R}^2$	☐	☐
Siano $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$. Si consideri un terzo vettore $v_3 \in \mathbb{R}^3$. Allora : $\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \langle v_1, v_2 \rangle \iff v_1, v_2, v_3$ sono linearmente dipendenti.	☐	☐

- Dato $z = 1 + 2i$, allora $z \cdot \overline{z} =$ ☐

- Scrivere nella forma $\varrho \cdot e^{i\vartheta}$ il seguente numero complesso:

$z = -4 + i4\sqrt{3} \implies z =$ ☐

- Determinare la dimensione del seguente sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$: $W_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle$

$\dim(W_1) =$ ☐

SECONDA PARTE

I risultati devono essere giustificati attraverso calcoli e spiegazioni

Esercizio 1.[punteggio: 0-3]

Determinare tutte le soluzioni dell'equazione $z^3 = (2i)^3$

Esercizio 2. [punteggio: 0-5]

Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{(z+1)} = -e^{(2\overline{z}+i\frac{\pi}{2})} \\ |z-4i| \leq |z| \end{cases}$$

Esercizio 3. [punteggio: 0-5]

Dati W e Z i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:

$$W = \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle , \quad Z = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ x_1 - x_2 - 4x_3 = 0 \right\},$$

determinare una base di $W \cap Z$.