Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2003/2004

prova scritta del 20-07-2004

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} |z|^8 + 16\overline{z}^4 = 0 \\ |e^z| \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + 2x_2 + x_3 \\ 2x_1 + 4x_2 + tx_3 \\ tx_1 \quad + x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare del parametro reale t si determini la dimensione di $Ker(f_t)$ e la dimensione di $Im(f_t)$.

(ii) Si determini per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) Determinare, se esiste, i valori del parametro t per cui il vettore $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ è autovettore per f_t.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Si dica se f è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.
(iii) Si dica se $\mathbb{R}^4 = Ker(f) \bigoplus Im(f)$.