Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2003/2004

prova scritta del 29-06-2004

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} i \cdot e^{z+1} = e^{2\overline{z}} \\ |z-1| < 20 \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_2 + 3x_3 \\ x_1 + x_3 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ -x_2 - x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini una base di $Ker(f)$ e una di $Im(f)$.

(ii) Si determinino le soluzioni del sistema $\quad f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) Sia W il sottospazio di $\mathbb{R}^4$ definito dall'equazione

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \; : \; x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0 \right\}$$

Determinare, se esiste, un vettore $w \in \mathbb{R}^4$ tale che $w \in \Big[W \cap (Im(f)) \Big]$.

Esercizio 3. Al variare del parametro reale β sia A_β la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini il polinomio caratteristico di A_β e gli autovalori, specificandone la molteplicità algebrica.

(ii) Si determini per quali valori di β la matrice A_β è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.