prova scritta del 18-2-2004

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 + 8iz - z^3\overline{z} - 8i\overline{z} = 0 \\ |e^{iz}| < 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare una base per $Ker(f)$ e una base per $Im(f)$.

(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema $f(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ t \end{pmatrix}$

(iii) Sia $g : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Determinare, se esiste, un vettore non nullo $X \in \mathbb{R}^3$ tale che $f(X) = g(X)$.

Esercizio 3. Al variare del parametro reale β sia A_β la matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ \beta & 0 & -\beta \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini il polinomio caratteristico di A_β e gli autovalori, specificandone la molteplicità algebrica.
(ii) Si determini per quali valori di β la matrice A_β è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.