Esame di Geometria e Algebra per Ingegneria | | | | | | | | | | | | | | |

(Corso di Laurea)

prova scritta del 23-9-2003

| | | | | | | | | | | | | | | | (Cognome) | | | | | | | | | | | (Nome) | | | | | | | (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^3 - \overline{z}^3 = 0 \\ |e^z| = e \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale β sia $f_\beta : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & \beta & 2 \\ 1 & 1 & \beta \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare di $\beta \in \mathbf{R}$ determinare la dimensione di $ker(f_\beta)$ e $Im(f_\beta)$.

Per i valori di β per cui $ker(f_\beta) \neq \{0\}$:
(ii) determinare gli autovalori di f_β;
(iii) stabilire se f_β è triangolarizzabile e/o diagonalizzabile.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 & -2x_2 & +2x_3 \\ 3x_1 & +4x_2 & -5x_3 \\ x_1 & & -x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini per quali valori di t il sistema $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ t \end{pmatrix}$

ammette almeno una soluzione

(ii) Dato il sottospazio $W \subset \mathbb{R}^3$, $W = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} : x_1 - 2x_2 = 0\}$

si determini una base per il sottospazio vettoriale $Z \subset \mathbb{R}^3$,

$$Z \ = \ W \ + \ Ker(f)$$