Esame di Geometria e Algebra per Ingegneria

(Corso di Laurea)

prova scritta del 1-7-2003

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} 8z^4 + \overline{z}^2 = 0 \\ |e^z| < 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica e geometrica .
(ii) Si determinino gli autovettori di f.
(iii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.

Esercizio 3. Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -tx_1 + x_2 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 \\ -x_1 \qquad - tx_3 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare di t si determini la dimensione di $Ker(f_t)$ e di $Im(f_t)$.

(ii) Si determini per quali valori di t il sistema $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -t \\ t \end{pmatrix}$

ammette un'unica soluzione

(iii) Posto $t = 1$ determinare tutte le soluzioni del sistema $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$