Esame di Geometria e Algebra per Ingegneria _____ (Corso di Laurea)

prova scritta del 18-2-2003

_____ (Cognome) _____ (Nome) _____ (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (z+i)^3 = 4\overline{z} - 4i \\ |e^z| \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 - 2x_2 + tx_3 \\ tx_1 + x_2 + x_3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini per quali valori di t f_t è iniettiva.

(ii) Si determini per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema $f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) Si determini per quali valori di t il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ è autovettore per f_t

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori e gli autovettori di f.
(ii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile
(iii) Si dica se $\mathbb{R}^4 = Ker(f) \bigoplus Im(f)$.