

prova scritta del 26-06-2002

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

Esercizio 1. Si trovino tutte le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} -4|z|^4 = z^6 \\ |z - 2i| < |z| \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale t sia $f_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f_t \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3tx - 11y + 5z \\ tx - tz \\ x + y + tz \end{pmatrix}$$

- (i) Si determini per quali valori di t f_t è iniettiva.
(ii) Si determini per quali valori di t esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- (iii) Si determini per quali valori di t il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ è autovettore per f_t

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- (i) Si determini la forma di Jordan e una base di Jordan per f .
(ii) Si determinino le dimensioni di $\ker(f^2)$ e di $\text{Im}(f^2)$.

Esercizio 4. [Ingegneria Biomedica, Elettrica, Energetica]

Sullo spazio vettoriale \mathbb{R}^3 si consideri il prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ associato, rispetto alla base canonica, alla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- i) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
- ii) Dire se tale prodotto scalare è definito.
- iii) Determinare, se esiste, un vettore $v \in \mathbb{R}^3$ tale che $\langle v, v \rangle = -2$.