

**Esercizio 1.** Si risolva nel campo complesso il sistema

$$\begin{cases} z^3 + 9\bar{z} = 0 \\ |e^z| \geq 0 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Al variare del parametro reale  $\beta$  sia  $f_\beta : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & \beta & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & \beta \end{pmatrix}$$

(i) Al variare di  $\beta \in \mathbf{R}$  determinare la dimensione di  $\ker(f_\beta)$  e  $\text{Im}(f_\beta)$ .

(ii) Per i valori di  $\beta$  per cui  $\text{Ker}(f_\beta) \neq \{0\}$ : si determinino gli autovalori di  $f_\beta$ .

(iii) Determinare, se esistono, i valori di  $\beta$  per i quali  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  è autovettore di  $f_\beta$ .

**Esercizio 3.** Sia  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  l'applicazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 4y + 2z \\ 3x - 8y + 5z \\ 3x - 4y + 4z \end{pmatrix}$$

(i) Si determini una base di  $\text{Ker}(f)$ .

(ii) Si determinino, se esistono, le soluzioni dei sistemi

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(iii) Si determini un sottospazio  $W \subset \mathbf{R}^3$  tale che  $\mathbf{R}^3 = W \oplus \text{Ker}(f)$ .

**Esercizio 4.**[Ingegneria Informatica] Si determinino le soluzioni intere del sistema

$$\begin{cases} 3^x \equiv 4 \pmod{7} \\ (x, 35) = 7 \end{cases}$$

**Esercizio 5.** [Ingegneria Informatica] Si determinino le possibili decomposizioni in cicli ed il numero totale delle permutazioni pari su 7 elementi che sono cubi.