Esame di Algebra per Ingegneria gestionale

Esame di Geometria e Algebra per Ingegneria Informatica

prova scritta del 6-2-2001

Esercizio 1. Si risolva nel campo complesso l'equazione

$$e^{3z} + 3e^{2z} + 2e^{z} = 0$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale β sia $f_\beta : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \beta+2 \\ \beta & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & \beta+2 & 0 \\ 1 & \beta & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare di $\beta \in \mathbf{R}$ determinare la dimensione di $ker(f_\beta)$ e $Im(f_\beta)$

(ii) Posto $\beta = -2$ determinare gli autovalori di f_β e la dimensione degli autospazi relativi.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y - z - w \\ y - 2z \\ x - 3z - w \end{pmatrix}$$

(i) Si determini una base di $Ker(f)$.

(ii) Si determinino, se esistono, le soluzioni del sistema $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) Si determini un sottospazio $W \subset \mathbf{R}^3$ tale che $\mathbf{R}^3 = W \oplus Im(f)$.

Esercizio 4.[Ingegneria Informatica] Si determini il numero di soluzioni intere positive ≤ 1550 del sistema

$$\begin{cases} x^3 \equiv 29 \quad (mod\ 35) \\ x^2 \equiv 2 \qquad (mod\ 7) \end{cases}$$

Esercizio 5. [Ingegneria Informatica] Sia $\langle\ ,\ \rangle : \mathbf{R}^4 \times \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}$ il seguente prodotto scalare

$$\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} \rangle = x_1y_1 + x_1y_3 + x_3y_1 - x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2 + 2x_3y_3 + x_2y_4 + x_4y_2$$

i) Dire se tale prodotto scalare è degenere o non degenere.
ii) Dire se tale prodotto scalare è definito.

iii) Determinare lo spazio ortogonale al vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.