

Esame di Geometria e Algebra
Ingegneria Gestionale / Ingegneria Informatica
prova scritta del 5-9-2000

Esercizio 1. Si risolva nel campo complesso il sistema

$$\begin{cases} z^3 - \bar{z}^3 = 0 \\ e^{2z} - (e^{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}} + e) e^z + e^{\frac{2\pi}{\sqrt{3}}+1} = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2. Al variare del parametro reale β sia $f_\beta : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} \beta & 1 & 0 \\ 0 & -1 & \beta \\ -\beta & -2 & \beta \end{pmatrix}$$

Al variare di $\beta \in \mathbf{R}$ determinare

- (ii) gli autovalori di f_β ;
- (iii) la dimensione degli autospazi di f_β .

Esercizio 3.

Sia $f : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y + w \\ x + y + z + 2w \\ z + w \end{pmatrix}$$

(i) Si determini una base di $\text{Ker}(f)$.

(ii) Si determinino le soluzioni del sistema $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(iii) Si determini un sottospazio $W \subset \mathbf{R}^3$ tale che $\mathbf{R}^3 = W \oplus \text{Im}(f)$.

Esercizio 4. [Ingegneria Informatica]

Si determini il numero degli interi positivi $x \leq 1800$ che verificano

$$\begin{cases} (x, 100) = 10 \\ 3x \equiv 6 \end{cases} \pmod{9}$$

Esercizio 5. [Ingegneria Informatica]

Determinare il numero degli interi positivi ≤ 1000 che nella usuale rappresentazione decimale hanno esattamente due cifre uguali (per esempio: 99, 199 vanno bene; 999 non va bene).