

Esame di Geometria e Algebra
Ingegneria gestionale
prova scritta del 15-2-2000
FILA A

Esercizio 1. Si risolva nel campo complesso il sistema

$$\begin{cases} e^{7-4z} + ie^{3\bar{z}} = 0 \\ |z - 10i| \leq |z| \leq |z + 10i| \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y + z \\ -3x + 3y + z \\ -x + y \end{pmatrix}$$

- (i) Determinare gli autovalori e gli autovettori di f .
- (ii) Determinare una base di $\text{Ker}(f)$ e una base di $\text{Im}(f)$ e dire se $\mathbf{R}^3 = \text{Ker}(f) \oplus \text{Im}(f)$.

Esercizio 3. Al variare del parametro reale t si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} tx_1 + 2x_2 + 2x_3 = t \\ x_1 + tx_2 + x_3 = 1 - t \\ x_1 + (t-2)x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

Determinare, se esistono, i valori di t per cui

- (i) il sistema ha un'unica soluzione.
- (ii) $\dim\{\text{soluzioni}\} = 1$.
- (iii) $\dim\{\text{soluzioni}\} \geq 2$.
- (iv) il sistema non ha soluzione.