

Esame di Geometria e Algebra  
Ingegneria gestionale  
prova scritta del 1-2-2000

**Esercizio 1.** Si risolva nel campo complesso il sistema

$$\begin{cases} z^2 = i\bar{z} \\ z^2 - \bar{z}^2 = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Sia  $f : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^4$  l'applicazione lineare definita da

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 2z \\ -y + w \\ 2x + 2z \\ -y + w \end{pmatrix}$$

- (i) Determinare  $\dim(\ker(f))$  e  $\dim(\text{Im}(f))$ .
- (ii) Trovare, se esiste, una base di autovettori per  $f$ .

**Esercizio 3.** Al variare del parametro reale  $t$  si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} 2x_1 + (t-2)x_2 - 2x_3 = \frac{t}{2} \\ tx_1 + tx_3 = 0 \\ (t-1)x_1 + x_2 + x_3 = t-3 \end{cases}$$

**3.1** Determinare, se esistono, i valori di  $t$  per cui

- (i) il sistema ha un'unica soluzione.
- (ii)  $\dim\{\text{soluzioni}\} = 1$ .
- (iii)  $\dim\{\text{soluzioni}\} \geq 2$ .
- (iv) il sistema non ha soluzione.