Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide. Tempo a disposizione: 120 minuti.
Buon lavoro!

3 Giugno 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette.
Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.
Buon lavoro!

Esercizio 1. [6 pt.]
Trovare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione:

$$z^4 + 27z = 0$$

Esercizio 2. [9 pt.]

Considerare le seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Determinare una base dell'immagine di A.
2. Determinare una base del nucleo della trasposta A^T.
3. Determinare una base del nucleo e una base dell'immagine della matrice $B = A \cdot A^T$.

Esercizio 3. [11 pt.]
Si consideri l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita da:

$$f(x, y, z, w) = (x + 3w, 3x - 2y - 3w, z + 3w, -2w)$$

1. Determinare la matrice A associata a f, il suo polinomio caratteristico e i suoi autovalori.
2. Determinare una base per ciascuno degli autospazi.
3. Trovare, se esiste, una matrice invertibile S tale che $S^{-1}AS = D$ è una matrice diagonale.

Esercizio 4. [6pt.]

1. Trovare un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ non invertibile e tale che:

    - Il vettore $v_1 = (0, 0, 1)$ è un autovettore con autovalore 2,
    - Il vettore $v_2 = (0, 1, 1)$ è un autovettore con autovalore 1,

    e scrivere la matrice A associata a T rispetto alla base canonica.