Ingegneria Edile-Architettura

Compito di Geometria

Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide. Tempo a disposizione: 120 minuti.
Buon lavoro!

13 Febbraio 2019

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette.
Le risposte non giustificate non saranno considerate valide.
Buon lavoro!

Esercizio 1. [6 pt.]
Trovare tutte le soluzioni complesse z della seguente equazione:

$$(\overline{z})^3 + 25z = 0$$

Esercizio 2. [10 pt.]

Al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, sia $T_k : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita ponendo

$$T_k(x, y, z) = (y + kz, 2x + 2z, -x + 3y + 2z)$$

1. Determinare la matrice associata a T_k.

2. Stabilire per quali $k \in \mathbb{R}$ l'applicazione lineare T_k è iniettiva, suriettiva, biunivoca.

3. Al variare di $k \in \mathbb{R}$, determinare l'insieme

$$S_k = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid T_k(x, y, z) = (0, -6, 3)\}.$$

Esercizio 3. [10 pt.]
Si consideri l'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ definita da:

$$T(x, y, z, w) = (x - 6w, -2x + 2y - 12w, z - w, 2w)$$

1. Determinare la matrice A associata a T, il suo polinomio caratteristico e i suoi autovalori.
2. Determinare una base per ciascuno degli autospazi.
3. Trovare, se esiste, una matrice invertibile S tale che $S^{-1}AS = D$ è una matrice diagonale.
4. Verificare che il vettore $(6, 4, 1, -1)$ è un autovettore e determinarne l'autovalore.

Esercizio 4. [6pt.]

1. Trovare un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che:

   - Il vettore $v_1 = (1, 0, 1)$ è un autovettore con autovalore -1,
   - Il vettore $v_2 = (0, 2, -1)$ è un autovettore con autovalore 1,
   - T non è biunivoca,

   e scrivere la matrice A associata a T rispetto alla base canonica.

2. Sia W il sottospazio $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - 3y + z = 0\}$. Trovare una base del sottospazio perpendicolare

$$W^{\perp} = \{v \in \mathbb{R}^3 \mid v \perp w \text{ per ogni } w \in W\}.$$