

Esercizio 2. [12 pt.]

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita ponendo:

$$f(x, y, z) = (2x + 3y - z, -x - z, 3x + 2y + z)$$

- (a) Si determini la matrice A associata a f .
- (b) Si determini la dimensione e una base dell'immagine di f .
- (c) Si determini la dimensione e una base del nucleo di f .
- (d) Trovare tutti i vettori $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tali che $f(x, y, z) = (-3, -3, 3)$.

Esercizio 3. [10 pt.]

Si consideri la seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Determinare gli autovalori di A nel campo complesso.
- (b) Nel campo complesso, trovare una matrice diagonale D e una matrice invertibile S tali che $S^{-1} \cdot A \cdot S = D$.

Esercizio 4. [6pt.]

Sia V il sottospazio di \mathbb{R}^3 dove $V = \text{span}\{(-2, 1, 1), (1, 2, -4)\}$. Trovare una base dello spazio ortogonale V^\perp .